

**MATEMÁTICAS ORIENTADAS A LAS
ENSEÑANZAS ACADÉMICAS
4.º ESO**

somoslink

SOLUCIONES AL LIBRO DEL ALUMNO

Unidad 14. Probabilidad

Unidad 14. Probabilidad

SOLUCIONES PÁG. 305

1 En una urna hay siete bolas numeradas del 1 al 7. Se extrae una bola al azar y se anota su número. Escribe los elementos que componen:

a. El espacio muestral.

$$E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$$

b. $A = \{\text{obtener un número mayor que 3}\}$

$$A = \{4, 5, 6, 7\}$$

c. $B = \{\text{obtener un número compuesto}\}$

$$B = \{4, 6\}$$

d. $C = \{\text{obtener un número primo}\}$

$$C = \{2, 3, 5, 7\}$$

e. $D = \{\text{no obtener un divisor de 4}\}$

$$D = \{3, 5, 6, 7\}$$

2 En el experimento aleatorio que consiste en lanzar un dado cúbico indica de qué tipo son los siguientes sucesos:

a. $A = \{\text{obtener un número menor que 2}\}$

Suceso elemental.

b. $B = \{\text{obtener un número múltiplo de 7}\}$

Suceso imposible.

c. $C = \{\text{obtener un 3}\}$

Suceso elemental.

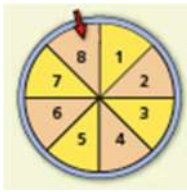
d. $D = \{\text{obtener un número impar}\}$

Suceso compuesto.

e. $F = \{\text{obtener un número divisor de 6}\}$ y $G = \{\text{obtener un número cuadrado perfecto}\}$

Sucesos compatibles.

- 3 Se hace girar una ruleta como la de la figura y se apunta el número en el que se detiene.



- a. ¿Es aleatorio este experimento?

Sí, es aleatorio.

- b. Escribe su espacio muestral.

$E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$

- c. Escribe el suceso contrario de $A = \{1, 3, 5\}$.

$A^c = \{2, 4, 6, 7, 8\}$

- d. Indica un suceso compatible con $B = \{1, 4, 7\}$.

Respuesta abierta. Por ejemplo: $D = \{6, 7, 8\}$

- e. Escribe un suceso incompatible con $C = \{\text{salir un número múltiplo de 3}\}$.

Respuesta abierta. Por ejemplo: $F = \{1, 2, 4, 5, 7, 8\}$

- 4 En una urna hay cinco bolas de distintos colores: roja, azul, verde, negra y morada. Se considera el experimento consistente en extraer una bola al azar de la urna y anotar su color. Si los sucesos elementales se nombran con las letras iniciales de sus colores, describe estos sucesos con operaciones e indica sus elementos:

- a. $A = \{\text{sacar una bola que no sea morada}\}$

$A = M^c = \{\text{roja, azul, verde, negra}\}$

- b. $B = \{\text{sacar una bola verde o negra}\}$

$B = V \cup N = \{\text{verde, negra}\}$

- c. $C = \{\text{no sacar una bola roja ni una azul}\}$

$C = R^c \cap A^c = \{\text{verde, negra, morada}\}$

- d. $D = \{\text{no sacar una bola negra o una azul}\}$

$D = (N \cup A)^c = \{\text{roja, verde, morada}\}$

- 5 En una urna hay 9 bolas numeradas del 1 al 9. Se realiza el experimento aleatorio consistente en extraer una bola de la urna y anotar el número. Considera los sucesos $A = \{\text{sacar un número par}\}$, $B = \{\text{sacar un número divisor de 6}\}$ y $C = \{\text{sacar un número menor que 4}\}$; escribe los elementos que componen los siguientes sucesos y descríbelos con operaciones entre los sucesos A, B y C:

a. $D = \{\text{sacar un número par o un número divisor de 6}\}$

$$D = A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 6, 8\}$$

b. $F = \{\text{no sacar un número menor de 4 y que sea par}\}$

$$F = C^c \cap A = \{6, 8\}$$

c. $G = \{\text{no sacar un número divisor de 6 ni un número par}\}$

$$D = B^c \cap A^c = \{5, 7, 9\}$$

- 6 Comprueba que se cumplen las propiedades de las operaciones con sucesos para el experimento aleatorio de lanzar un dado y registrar el resultado, teniendo en cuenta los siguientes sucesos: $A = \{1, 2, 3\}$ y $B = \{\text{sacar un número impar}\}$

$$A \cup A^c = \{1, 2, 3\} \cup \{4, 5, 6\} = E$$

$$A \cap A^c = \{1, 2, 3\} \cap \{4, 5, 6\} = \emptyset$$

$$(A^c)^c = (\{4, 5, 6\})^c = \{1, 2, 3\} = A$$

$$(A \cup B)^c = (\{1, 2, 3, 5\})^c = \{4, 6\};$$

$$A^c \cap B^c = \{4, 5, 6\} \cap \{2, 4, 6\} = \{4, 6\} \Rightarrow (A \cup B)^c = A^c \cap B^c$$

$$(A \cap B)^c = (\{1, 3\})^c = \{2, 4, 5, 6\};$$

$$A^c \cup B^c = \{4, 5, 6\} \cup \{2, 4, 6\} = \{2, 4, 5, 6\} \Rightarrow (A \cap B)^c = A^c \cup B^c$$

- 7 Indica si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas y pon un ejemplo que corrobore tu respuesta:

a. Si dos sucesos son compatibles, entonces sus sucesos contrarios también lo son.

Falso. Por ejemplo, en el lanzamiento de un dado: $A = \{1, 2\}$, $B = \{2, 3, 4, 5, 6\}$

b. Si dos sucesos son incompatibles, entonces sus sucesos contrarios también los son.

Falso. Por ejemplo, en el lanzamiento de un dado: $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{6\}$

c. Dos sucesos que sean contrarios pueden ser incompatibles.

Cierto. Por ejemplo, en el lanzamiento de un dado: $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{4, 5, 6\}$

d. Dos sucesos que sean contrarios pueden ser compatibles.

Falso. Los sucesos contrarios son incompatibles por definición.

- 8 Considera el experimento aleatorio consistente en extraer una carta de una baraja de 40 naipes y los sucesos $A = \{\text{obtener figura}\}$, $B = \{\text{obtener bastos}\}$ y $C = \{\text{obtener as}\}$. Expresa con operaciones los siguientes sucesos:

a. $F = \{\text{extraer figura y bastos}\}$

$$A \cap B$$

b. $G = \{\text{no sacar bastos o sacar un as}\}$

$$B^c \cup C$$

c. $H = \{\text{no extraer un as ni una figura}\}$

$$C^c \cap A^c$$

d. $I = \{\text{sacar el as de bastos}\}$

$$B \cap C$$

- 9 Se lanza un dado dodecaédrico y se anota el número de la cara superior. Escribe los elementos de los sucesos:

a. $A = \{\text{obtener un número impar}\}$ y $B = \{\text{obtener un número primo}\}$

$$A = \{1, 3, 5, 7, 9, 11\} \text{ y } B = \{2, 3, 5, 7, 11\}$$

b. $A \cup B$ y $A \cap B$

$$A \cup B = \{1, 2, 3, 5, 7, 9, 11\}; A \cap B = \{3, 5, 7, 11\}$$

c. $A^c \cap B$ y $A \cup B^c$

$$A^c \cap B = \{2\}; A \cup B^c = \{1, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\}$$

d. $(A \cap B)^c$ y $(A \cup B)^c$

$$(A \cap B)^c = \{1, 2, 4, 6, 8, 9, 10, 12\}; (A \cup B)^c = \{4, 6, 8, 10, 12\}$$

SOLUCIONES PÁG. 307

- 10 Se ha lanzado 500 veces un dado tetraédrico con sus caras numeradas del 1 al 4 y se han anotado los resultados obtenidos en esta tabla:

N.º lanzamientos \ N.º obtenido	100	200	300	400	500
1	28	51	74	97	126
2	26	48	75	99	125
3	20	49	72	99	123
4	26	52	79	105	126

- a. Halla la frecuencia relativa de cada número e indica su probabilidad experimental.

$$f_i(1) = \frac{126}{500} = 0,252; \quad f_i(2) = \frac{125}{500} = 0,25$$

$$f_i(3) = \frac{123}{500} = 0,246; \quad f_i(4) = \frac{126}{500} = 0,252$$

Y se asigna cada valor de la frecuencia relativa a su probabilidad experimental.

- b. ¿Pertencen todas las probabilidades al intervalo [0 , 1]?

Sí, todas pertenecen a [0 , 1]

- c. Comprueba que las probabilidades de los sucesos elementales suman 1.

$$P(1) + P(2) + P(3) + P(4) = 0,252 + 0,25 + 0,246 + 0,252 = 1$$

- d. Halla la suma de la probabilidad de obtener 2 y la probabilidad de no obtener 2.

$$P(2) + P(\text{no } 2) = 0,25 + 0,75 = 1$$

- 11 En un dado truco en el que los sucesos elementales no son equiprobables, la probabilidad de obtener cada uno de los números impares es igual, y también lo es la de obtener cada uno de los números pares; sin embargo, hay el doble de probabilidades de obtener un número par que uno impar. Halla la probabilidad de:

- a. Obtener un 5.

$$P(1) = P(3) = P(5) = x$$

$$P(2) = P(4) = P(6) = 2x$$

$$P(1) + P(2) + P(3) + P(4) + P(5) + P(6) = 1 \Rightarrow 9x = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{9}$$

$$P(5) = \frac{1}{9}$$

- b. Obtener un 2.

$$P(2) = \frac{2}{9}$$

- 12 Se consideran dos sucesos, A y B, de un experimento aleatorio, de los cuales se conoce que $P(A^c) = 0,25$, $P(A \cap B) = 0,45$ y $P(A \cup B) = 0,80$. Calcula $P(A)$ y $P(B)$.

$$P(A) = 1 - P(A^c) = 1 - 0,25 = 0,75$$

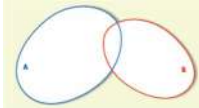
$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow P(B) = P(A \cup B) - P(A) + P(A \cap B) = 0,80 - 0,75 + 0,45 = 0,50$$

- 13 Determina si son compatibles o incompatibles los sucesos A y B de un experimento aleatorio, sabiendo que $P(A) = \frac{1}{3}$, $P(B) = \frac{1}{4}$ y $P(A \cup B) = \frac{1}{2}$.

Los sucesos A y B son incompatibles si se verifica que $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$. Como no es así, pues $\frac{1}{2} \neq \frac{1}{3} + \frac{1}{4}$, entonces son compatibles.

- 14 Usando la representación con diagramas de Venn demuestra las siguientes operaciones con sucesos:



a. $(A \cup B)^c = A^c \cap B^c$



La igualdad es cierta.

b. $(A \cap B)^c = A^c \cup B^c$



La igualdad es cierta. Observar que en la segunda parte de la igualdad se considera la unión y no la intersección como en el apartado a.

- 15 Indica si es verdadera o falsa la siguiente afirmación, razonando tu respuesta: «Si la probabilidad de que ocurran dos sucesos a la vez es menor que $\frac{1}{3}$, la suma por separado de las probabilidades de ambos sucesos no puede ser mayor de $\frac{4}{3}$ ».

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow P(A) + P(B) = P(A \cup B) + P(A \cap B) < 1 + \frac{1}{3} = \frac{4}{3}, \text{ pues } P(A \cup B) \leq 1.$$

SOLUCIONES PÁG. 309

16 En una urna hay nueve bolas de distintos colores: dos bolas de color verde, tres de color amarillo y cuatro de color azul. Si se extrae una bola al azar:

a. Halla la probabilidad de que sea verde.

$$P(\text{verde}) = \frac{2}{9}$$

b. Indica cuál es la probabilidad de que sea amarilla.

$$P(\text{amarillo}) = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$$

c. ¿Cuál es la probabilidad de que no sea azul?

$$P(\text{no azul}) = \frac{5}{9}$$

17 En una alacena se guardan 14 platos llanos grandes, 11 platos llanos pequeños y 13 platos hondos. Si se coge un plato al azar, cuál es la probabilidad de que el plato sea:

a. Hondo.

$$P(\text{hondo}) = \frac{13}{38}$$

b. Llano pequeño.

$$P(\text{llano pequeño}) = \frac{11}{38}$$

c. Llano.

$$P(\text{llano}) = \frac{25}{38}$$

18 En un aparato de música están presintonizadas 10 emisoras de radio; de ellas, 3 son divulgativas, 5 son musicales, y 2 son deportivas. Si se selecciona al azar uno de los 10 botones con los que se sintonizan estas emisoras, halla la probabilidad de que la emisora sintonizada:

a. Sea una emisora musical.

$$P(\text{emisora musical}) = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$$

b. Sea una emisora divulgativa.

$$P(\text{emisora divulgativa}) = \frac{3}{10}$$

c. No sea una emisora deportiva.

$$P(\text{no emisora deportiva}) = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}$$

19 Se extrae una carta de una baraja española de 40 naipes. Halla la probabilidad de los siguientes sucesos:

a. $A = \{\text{sacar un basto}\}$

$$P(\text{sacar un basto}) = \frac{10}{40} = \frac{1}{4}$$

b. $B = \{\text{sacar una sota}\}$

$$P(\text{sacar una sota}) = \frac{4}{40} = \frac{1}{10}$$

c. $A \cap B$

$$P(A \cap B) = \frac{1}{40}$$

d. $A^c \cup B$

$$P(A^c \cup B) = \frac{31}{40}$$

20 Con los dígitos 2, 3, 4, 5 y 6 se forman números de tres cifras distintas. Halla la probabilidad de que, al elegir uno al azar:

a. Acabe en 36.

$$P(\text{acabe en 36}) = \frac{3}{V_{5,3}} = \frac{3}{60} = \frac{1}{20}$$

b. Empiece por la cifra 4.

$$P(\text{empiece por 4}) = \frac{V_{4,2}}{V_{5,3}} = \frac{12}{60} = \frac{1}{5}$$

21 Se escriben en una tarjeta cada una de las letras de las palabras COCODRILO y LIBRO y se introducen en una urna. Se considera el experimento aleatorio consistente en extraer una papeleta de la urna y apuntar la letra que contiene.

a. ¿Qué es más probable: que salga una vocal o que salga una consonante? ¿Cuál es la probabilidad de cada opción?

Es más probable que salga consonante, $\frac{8}{14} = \frac{4}{7}$, antes que vocal, $\frac{6}{14} = \frac{3}{7}$.

b. ¿Qué letra tiene menor probabilidad de salir? ¿Y cuál mayor? ¿Cuál es la probabilidad de cada letra?

$$P(\text{salir letra C}) = \frac{2}{14} = \frac{1}{7}$$

$$P(\text{salir letra O}) = \frac{4}{14} = \frac{2}{7}$$

$$P(\text{salir letra D}) = \frac{1}{14}$$

$$P(\text{salir letra R}) = \frac{2}{14} = \frac{1}{7}$$

$$P(\text{salir letra I}) = \frac{2}{14} = \frac{1}{7}$$

$$P(\text{salir letra L}) = \frac{2}{14} = \frac{1}{7}$$

$$P(\text{salir letra B}) = \frac{1}{14}$$

Las letras con menor probabilidad de salir son la D y la B con una probabilidad de $\frac{1}{14}$. Y la que más, la O, con una probabilidad de $\frac{4}{14} = \frac{2}{7}$.

- 22 Se forman claves de cuatro letras con las vocales, que pueden repetirse. Halla la probabilidad de que al elegir una de las claves al azar comience por U.

$$P(\text{comience en U}) = \frac{VR_{5,3}}{VR_{5,4}} = \frac{5^3}{5^4} = \frac{125}{625} = \frac{1}{5}$$

- 23 Con los dígitos 5, 6, 7, 8 y 9 se forman números de tres cifras, que pueden repetirse. Halla la probabilidad de que, al elegir un número al azar:

a. Sea múltiplo de 5.

$$P(\text{múltiplo de 5}) = \frac{VR_{5,2}}{VR_{5,3}} = \frac{5^2}{5^3} = \frac{25}{125} = \frac{1}{5}$$

b. Sea par.

$$P(\text{par}) = \frac{2 \cdot VR_{5,2}}{VR_{5,3}} = \frac{2 \cdot 5^2}{5^3} = \frac{50}{125} = \frac{2}{5}$$

c. Sea capicúa.

$$P(\text{capicúa}) = \frac{5 \cdot 5}{VR_{5,3}} = \frac{25}{5^3} = \frac{25}{125} = \frac{1}{5}$$

- 24 Sofía se prepara todas las mañanas un zumo natural compuesto por varias frutas. Para el zumo de hoy va a mezclar tres frutas diferentes de las seis de que dispone. ¿Cuál es la probabilidad de que el zumo tenga naranja si estaba entre las seis frutas disponibles?



$$P(\text{naranja}) = \frac{C_{5,2}}{C_{6,3}} = \frac{\frac{5!}{2! \cdot 3!}}{\frac{6!}{3! \cdot 3!}} = \frac{10}{20} = \frac{1}{2}$$

- 25 En las quinielas de fútbol hay que acertar el resultado de 15 partidos. Si gana el equipo local, se marca 1; si gana el equipo visitante, se marca 2, y si empatan, se pone X. Calcula la probabilidad de hacer un pleno al 15, es decir, acertar los 15 resultados de la quiniela.

$$P(\text{ganar}) = \frac{1}{VR_{3,15}} = \frac{1}{3^{15}} = 0,000\ 000\ 069$$

- 26 Guillermo está jugando con su hermano con una baraja de 40 cartas. Extrae una carta del mazo y, si resulta ser una copa o una figura, gana la partida. ¿Cuál es la probabilidad de que Guillermo gane la partida al sacar la primera carta?

$$P(\text{copa U figura}) = P(\text{copa}) + P(\text{figura}) - P(\text{copa n figura}) = \frac{10}{40} + \frac{12}{40} - \frac{3}{40} = \frac{19}{40}$$

- 27** En el juego de cartas de las siete y media, los jugadores van acumulando cartas y sumando los valores de cada una para aproximarse lo máximo posible a la puntuación de siete y media, pero sin sobrepasarla, pues en tal caso el jugador es eliminado. El valor de cada carta es el que indica su número, y las figuras valen medio punto. Si un jugador ya tiene dos cartas que suman tres y media y pide una carta más, halla la probabilidad de:

a. Conseguir exactamente las siete y media.

Obtener un 4 de cualquiera de los palos.

$$P(7 \text{ y media}) = \frac{4}{38} = \frac{2}{19}$$

b. Pasarse de las siete y media.

Obtener la carta 5, 6 o 7 de cualquiera de los palos, por tanto 12 cartas.

$$P(\text{sobrepasar } 7 \text{ y media}) = \frac{12}{38} = \frac{6}{19}$$

- 28** Si se toma un número al azar de entre todos los comprendidos entre el 4 000 y el 9 000, ambos inclusive, ¿cuál es la probabilidad de que sea capicúa?

Los casos favorables son los que empiezan y terminan por 4, que serán 10 y lo mismo con 5, 6, 7 y 8: $5 \cdot 10 = 50$ capicúas. Los casos posibles son 5 001 números.

$$P(\text{capicúa}) = \frac{50}{5\,001}$$

- 29** Dos amigos están jugando a pensar un número cada uno del 1 al 5 para ver si coinciden en su elección. ¿Cuál es la probabilidad de que ambos piensen el mismo número?

$$P(\text{piensen en el mismo número}) = \frac{1}{5}$$

SOLUCIONES PÁG. 311

- 30** Se extraen sucesivamente dos bolas de una urna que contiene ocho bolas blancas y seis negras. Después de cada extracción se anota el color y se vuelve a introducir la bola en la urna. Halla la probabilidad de:

a. Sacar las dos bolas blancas.

$$P(BB) = \frac{8}{14} \cdot \frac{8}{14} = \frac{64}{196} = \frac{16}{49}$$

b. Sacar una bola de cada color.

$$P(BN) + P(NB) = \frac{8}{14} \cdot \frac{6}{14} + \frac{6}{14} \cdot \frac{8}{14} = \frac{24}{49}$$

- 31** Se lanzan dos dados de seis caras numeradas del 1 al 6 y se suman los números obtenidos en la cara superior. Halla la probabilidad de que el resultado de la suma sea 11.

Para que sumen 11 tiene que salir 5 en un dado y en el otro 6.

$$P(11) = \frac{2}{36} = \frac{1}{18}$$

32 Se lanzan tres monedas al aire. Halla la probabilidad de:

a. Obtener una cara.

$$P(CXX) + P(XCX) + P(XXC) = \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} = \frac{3}{8}$$

b. Obtener dos caras.

$$P(CCX) + P(CXC) + P(XCC) = \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} = \frac{3}{8}$$

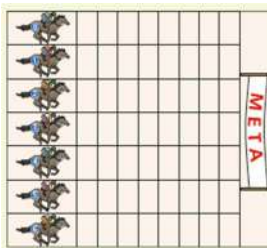
c. No obtener ninguna cara.

$$P(XXX) = \frac{1}{8}$$

d. Obtener al menos una cara.

$$1 - P(\text{ninguna cara}) = 1 - \frac{1}{8} = \frac{7}{8}$$

33 Los caballos que participan en esta carrera avanzan hacia la meta mediante el siguiente procedimiento: se lanzan dos dados, se restan los números obtenidos en ambos (siempre el mayor menos el menor) y el resultado obtenido indica el caballo que debe avanzar una casilla. ¿Tienen todos las mismas probabilidades de vencer? Investiga la probabilidad de todos los resultados.



Si representamos los resultados de la resta en esta tabla:

	1	2	3	4	5	6
1	0	1	2	3	4	5
2	1	0	1	2	3	4
3	2	1	0	1	2	3
4	3	2	1	0	1	2
5	4	3	2	1	0	1
6	5	4	3	2	1	0

Se aprecia que de los 36 casos que pueden producirse, el resultado 1 es el más frecuente con 10 veces y el 2 el segundo con 8 veces. Por tanto, apostaríamos por el caballo 1. Nótese que el caballo 6 no podrá moverse nunca al no poder darse ese resultado.

- 34 En un centro de acogida de animales hay 25 perros y 12 gatos. Si se eligen dos animales al azar, halla la probabilidad de que:**

a. Los dos sean gatos.

$$P(GG) = \frac{12}{37} \cdot \frac{11}{36} = \frac{132}{1332} = \frac{11}{111}$$

b. Uno sea un perro y otro un gato.

$$P(PG) + P(GP) = \frac{25}{37} \cdot \frac{12}{36} + \frac{12}{37} \cdot \frac{25}{36} = \frac{600}{1332} = \frac{50}{111}$$

- 35 Se extraen tres bolas sucesivamente de una bolsa que contiene nueve bolas azules y seis bolas naranjas, se anota el color en cada extracción y se vuelve a introducir la bola en la urna. Halla la probabilidad de que:**

a. Las tres bolas sean azules.

$$P(AAA) = \frac{9}{15} \cdot \frac{9}{15} \cdot \frac{9}{15} = \frac{27}{125}$$

b. Alguna bola sea naranja.

$$P(\text{alguna naranja}) = 1 - P(\text{no naranja}) = 1 - \frac{27}{125} = \frac{98}{125}$$

- 36 A Chus le han regalado tres cachorros de pastor alemán. Halla la probabilidad de que los tres sean perros machos.**

$$P(M \cap M \cap M) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$$

- 37 Luismi tiene dos tipos de fruta: 12 manzanas y ocho peras. De las manzanas hay tres picadas, mientras que entre las peras dos están estropeadas. Si elige al azar una de las frutas, ¿cuál es la probabilidad de que esté en mal estado?**

$$P(\text{manzana picada}) + P(\text{pera estropeada}) = \frac{12}{20} \cdot \frac{3}{12} + \frac{8}{20} \cdot \frac{2}{8} = \frac{120}{480} = \frac{1}{4}$$

- 38 En un cajón hay 10 pares de calcetines negros y seis de calcetines blancos. Si se extraen dos pares de calcetines aleatoriamente, halla la probabilidad de que:**

a. Los dos pares sean de distinto color.

$$P(NB) + P(BN) = \frac{10}{16} \cdot \frac{6}{15} + \frac{6}{16} \cdot \frac{10}{15} = \frac{1}{2}$$

b. Los dos pares sean negros.

$$P(NN) = \frac{10}{16} \cdot \frac{9}{15} = \frac{90}{240} = \frac{3}{8}$$

- 39 El mejor alero de un equipo de baloncesto tiene un gran acierto en el lanzamiento de tres puntos, con una probabilidad de anotar un triple de 0,8. Si en el primer cuarto del partido realizara dos lanzamientos de triple:**

a. ¿Qué probabilidad tendría de encestar los dos triples?

$$P(TT) = 0,8 \cdot 0,8 = 0,64$$

b. ¿Qué probabilidad tendría de encestar alguno de los dos lanzamientos?

$$P(\text{algún } T) = 1 - P(\text{no } T) = 1 - (0,2 \cdot 0,2) = 1 - 0,04 = 0,96$$

- 40 En el desplazamiento a su lugar de trabajo, Silvia debe tomar tres medios de transporte público. Las probabilidades de que cada uno de los tres medios sea puntual y cumpla el horario previsto son de 0,9, 0,75 y 0,8, respectivamente. Halla la probabilidad de que:**

a. Los tres medios de transporte lleguen a la hora prevista.

$$P(ABC) = 0,9 \cdot 0,75 \cdot 0,8 = 0,54$$

b. Silvia llegue tarde al trabajo porque los tres medios han llegado con retraso.

$$P(A^c B^c C^c) = 0,1 \cdot 0,25 \cdot 0,2 = 0,005$$

c. Al menos uno de ellos cumpla con el horario previsto.

$$P(\text{alguno puntual}) = 1 - P(A^c B^c C^c) = 1 - 0,005 = 0,995$$

d. Al menos dos lleguen puntuales.

$$\begin{aligned} P(ABC^c) + P(AB^cC) + P(A^cBC) + P(ABC) &= \\ = 0,9 \cdot 0,75 \cdot 0,2 + 0,9 \cdot 0,25 \cdot 0,8 + 0,1 \cdot 0,75 \cdot 0,8 + 0,9 \cdot 0,75 \cdot 0,8 &= \\ = 0,135 + 0,18 + 0,06 + 0,54 = 0,915 \end{aligned}$$

- 41 Sea el experimento de lanzar dos dados y sumar los números obtenidos en la cara superior. Dos sucesos posibles son obtener 7 u 8, ya que ambos se pueden conseguir con tres parejas de números. Pero la probabilidad de obtener 7 es mayor que la de obtener 8. ¿Por qué?**

La suma 7 se obtiene con (1, 6), (2, 5), (3, 4) que se obtienen de 2 formas distintas cada una. La suma 8 se obtiene con (2, 6), (3, 5), (4, 4) que se obtienen de 2 formas distintas las dos primeras y de una sola la última.

$$\text{Por tanto, } P(7) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6} \text{ y } P(8) = \frac{5}{36}.$$

SOLUCIONES PÁG. 313

- 42 A unas pruebas de natación se presentan 34 candidatos. Recorren la distancia exigida en menos de 2 min 12 de las mujeres y 16 de los hombres. Si el total de mujeres presentadas es de 14, elabora una tabla de contingencia y halla las probabilidades de que, al elegir un participante al azar:

	Mujer	Hombre	Total
Menos de 2 min	12	16	28
Más de 2 min	2	4	6
Total	14	20	34

- a. Sea un hombre.

$$P(\text{hombre}) = \frac{20}{34} = \frac{10}{17}$$

- b. Sea una mujer y tarde al menos 2 min.

$$P(\text{mujer n más de 2 min}) = \frac{2}{34} = \frac{1}{17}$$

- c. Tarde menos de 2 min y sea hombre.

$$P(\text{hombre n menos de 2 min}) = \frac{16}{34} = \frac{8}{17}$$

- 43 En un centro escolar hay 400 estudiantes, cada uno de los cuales estudia un único idioma a elegir entre inglés y chino. Se sabe que 112 alumnas y 81 alumnos estudian chino. Si en total hay 250 alumnos:

	Inglés	Chino	Total
Alumnos	169	81	250
Alumnas	38	112	150
Total	207	193	400

- a. ¿Qué porcentaje de estudiantes cursan inglés?

$$\frac{207}{400} = 0,52 \Rightarrow 52 \%$$

- b. ¿Qué porcentaje de alumnas estudian chino?

$$\frac{112}{150} = 0,75 \Rightarrow 75 \%$$

- c. Si se elige un estudiante al azar, ¿cuál es la probabilidad de que no estudie inglés?

$$P(\text{no inglés}) = \frac{193}{400} = 0,48 \Rightarrow 48 \%$$

- d. ¿Y de que sea una alumna que estudie inglés?

$$P(\text{alumna n inglés}) = \frac{38}{400} = 0,09 \Rightarrow 9 \%$$

- 44 En la campaña para las elecciones a las Cortes Generales se ha organizado un debate electoral que ha reunido a los tres candidatos con mayor intención de voto. Se ha preguntado quién fue el ganador del debate (A, B, C, ninguno) a 1 000 personas entrevistadas divididas en dos rangos de edad: menores de 50 años y mayores de 50 años. Se ha entrevistado a 350 personas menores de 50 años. El candidato B ha sido el ganador del debate para 150 personas mayores de 50 años y para 21 menores de 50 años. De las 30 personas a las que no les ha parecido que ninguno destacara por encima de los demás, 19 son menores de 50. El candidato C ha sido el ganador del debate para 55 personas mayores de 50 años, así como para 137 menores de 50 años. Si se elige un encuestado al azar, calcula la probabilidad de que:

	Candidato A	Candidato B	Candidato C	Ninguno	Total
< 50	173	21	137	19	350
≥ 50	434	150	55	11	650
Total	607	171	192	30	1000

- a. Considere ganador al candidato A.

$$P(\text{gane A}) = \frac{607}{1\,000}$$

- b. Considere ganador al candidato C y sea una persona menor de 50.

$$P(\text{gane C} \cap <50) = \frac{137}{1\,000}$$

- c. Considere que no ha habido ningún ganador.

$$P(\text{ninguno}) = \frac{30}{1\,000}$$

- d. No sea una persona menor de 50 años.

$$P(\geq 50) = \frac{650}{1\,000}$$

- e. Considere que el candidato A no ha ganado.

$$P(\text{no ha ganado A}) = \frac{393}{1\,000}$$

- 45 Un club de tenis cuenta con 60 socios. Actualmente, 30 de ellos juegan al tenis; 25, al pádel, y siete, a las dos modalidades deportivas. Elegido un socio al azar, calcula la probabilidad de que:

	Tenis	No tenis	Total
Pádel	7	18	25
No pádel	23	12	35
Total	30	30	60

a. No juegue al tenis.

$$P(\text{no tenis}) = \frac{30}{60} = \frac{1}{2}$$

b. Juegue solo al pádel.

$$P(\text{solo pádel}) = \frac{18}{60} = \frac{3}{10}$$

c. No juegue a nada por lesión.

$$P(\text{ni tenis ni pádel}) = \frac{12}{60} = \frac{1}{5}$$

- 46 Se ha realizado una encuesta con objeto de conocer si los habitantes de una ciudad usan el transporte público o el privado para ir a trabajar y si lo hacen por la mañana o por la tarde. Se ha encuestado a 500 personas, y de las 180 personas que se desplazan en transporte público, 130 van por la mañana. También se ha registrado que hay 100 personas que acuden por la tarde que usan el transporte privado. Si se elige una de las personas encuestadas al azar, calcula la probabilidad de que:

	T. público	T. privado	Total
Mañana	130	220	350
Tarde	50	100	150
Total	180	320	500

a. Use el transporte privado.

$$P(\text{T. privado}) = \frac{320}{500} = \frac{16}{25}$$

b. Vaya por la tarde al trabajo en transporte público.

$$P(\text{tarde n T. público}) = \frac{50}{500} = \frac{1}{10}$$

c. Vaya a trabajar por la mañana.

$$P(\text{mañana}) = \frac{350}{500} = \frac{35}{50} = \frac{7}{10}$$

- 47 A una conferencia sobre cambio climático asisten 54 jóvenes menores de 30 años y 36 cuyas edades oscilan entre 30 y 50 años. La tercera parte de los integrantes del primer grupo de edad y la mitad de los del segundo no tienen estudios superiores. Si se toma uno de los asistentes al azar, calcula la probabilidad de que:

	Con estudios superiores	Sin estudios superiores	Total
Joven	36	18	54
Mayor	18	18	36
Total	54	36	90

- a. Tenga una edad de entre 30 y 50 años.

$$P(\text{mayor}) = \frac{36}{90} = \frac{2}{5}$$

- b. Tenga estudios superiores.

$$P(\text{con estudios superiores}) = \frac{54}{90} = \frac{3}{5}$$

- c. Sea un joven sin estudios superiores.

$$P(\text{joven n sin estudios superiores}) = \frac{18}{90} = \frac{1}{5}$$

- 48 En una encuesta realizada a 80 jóvenes acerca de sus habilidades en las tareas del hogar, 19 indican que saben cocinar, 67 contestan que no saben planchar y 51 declaran que no son capaces de realizar ninguna de las dos tareas. Si se elige a uno de los encuestados aleatoriamente, halla la probabilidad de que:

	Cocina	No cocina	Total
Plancha	3	10	13
No plancha	16	51	67
Total	19	61	80

- a. Sepa cocinar y planchar.

$$P(C \cap P) = \frac{3}{80}$$

- b. Sepa planchar, pero no cocine.

$$P(C^c \cap P) = \frac{10}{80} = \frac{1}{8}$$

- c. Solo sepa cocinar.

$$P(C) = \frac{16}{80}$$

49 Visita esta página en Internet para repasar los contenidos y realiza las actividades propuestas: <http://conteni2.educarex.es/mats/11828/contenido/>

Respuesta abierta.

SOLUCIONES PÁG. 314

50 Se considera el experimento aleatorio extraer una carta de una baraja española de cuarenta cartas. Sean los sucesos: $A = \{\text{obtener una figura}\}$ $B = \{\text{obtener una espada}\}$. Razona cuál de las siguientes probabilidades es menor: $P(A/B)$ o $P(B/A)$.

$$P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{3}{40}}{\frac{10}{40}} = \frac{3}{10}$$

$$P(B/A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\frac{3}{40}}{\frac{12}{40}} = \frac{1}{4}$$

Es menor $P(B/A)$

51 Se extraen tres cartas sin reemplazamiento

a. Obtener tres reyes.

$$P(\text{las tres cartas son reyes}) = \frac{4}{40} \cdot \frac{3}{39} \cdot \frac{2}{38} = \frac{1}{2470}$$

b. Obtener tres figuras.

$$P(\text{las tres cartas son figuras}) = \frac{12}{40} \cdot \frac{11}{39} \cdot \frac{10}{38} = \frac{11}{494}$$

c. Obtener las tres cartas del mismo palo.

$$P(\text{las tres cartas del mismo palo}) = 4 \cdot \frac{10}{40} \cdot \frac{9}{39} \cdot \frac{8}{38} = \frac{12}{247}$$

d. Obtener al menos un as.

$$P(\text{al menos un as}) = 1 - P(\text{ningún as}) = 1 - \frac{36}{40} \cdot \frac{35}{39} \cdot \frac{34}{38} = \frac{137}{494}$$

SOLUCIONES PÁG. 315

52 En el mismo armario de Laura e Inés, dos hermanas mellizas que comparten ropa, hay seis pantalones amarillos, ocho de cuadros y cinco cortos.

a. ¿Cuál es la probabilidad de que Laura coja un pantalón de cuadros?

$$P(\text{pantalón de cuadros}) = \frac{8}{19}$$

b. Si Laura sabe que su hermana ha cogido un pantalón de cuadros, ¿cuál es la probabilidad de que el elegido por Laura sea también de cuadros?

$$P(\text{pantalón de cuadros} / \text{pantalón de cuadros}) = \frac{8}{19} \cdot \frac{7}{18} = \frac{28}{171}$$

- 53 Se consideran los sucesos A, B y C, que cumplen las siguientes condiciones: $P(A) = \frac{3}{8}$; $P(B) = \frac{2}{9}$; $P(C) = \frac{1}{3}$; $P(A \cap B) = \frac{6}{70}$; $P(B/C) = \frac{2}{9}$; $P(A \cap C) = \frac{1}{8}$. Indica, razonando tu respuesta, ¿qué parejas de sucesos son independientes?**

$$P(B) = P(B/C) = \frac{2}{9} \Rightarrow B \text{ y } C \text{ son independientes.}$$

$$P(A) \cdot P(B) = \frac{6}{72} \neq \frac{6}{70} = P(A \cap B) \Rightarrow A \text{ y } B \text{ no son independientes.}$$

$$P(A) \cdot P(C) = \frac{1}{8} = P(A \cap C) \Rightarrow A \text{ y } C \text{ son independientes.}$$

SOLUCIONES PÁG. 317

- 1 Indica la diferencia entre un experimento aleatorio y otro determinista.**

Un experimento determinista es aquel que se puede predecir el resultado antes de realizarlo, mientras que en un experimento aleatorio no se puede.

- 2 Explica la diferencia entre sucesos compatibles e incompatibles. Pon un ejemplo de cada uno.**

Dos sucesos son incompatibles si no tienen ningún elemento en común, en cambio son compatibles cuando lo tienen. Por ejemplo, al lanzar un dado:

Sucesos compatibles: $A = \{\text{sacar un par}\}$; $B = \{\text{sacar un número mayor que 3}\}$

Sucesos incompatibles: $A = \{\text{sacar impar}\}$; $B = \{2, 4\}$

- 3 Señala las propiedades más importantes de las operaciones con sucesos.**

Dos sucesos incompatibles A y B verifican que $A \cap B = \emptyset$

$$A \cup A^c = E \qquad A \cap A^c = \emptyset \qquad (A^c)^c = A$$

$$(A \cup B)^c = A^c \cap B^c \qquad (A \cap B)^c = A^c \cup B^c$$

- 4 Escribe la expresión para calcular la probabilidad de la unión de dos sucesos, distinguiendo entre sucesos compatibles o incompatibles.**

Para sucesos compatibles es: $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

Para sucesos incompatibles es: $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

- 5 ¿Cuál es la probabilidad del espacio muestral? ¿Y del suceso imposible?**

$$P(E) = 1 \text{ y } P(\emptyset) = 0$$

- 6 ¿Cuánto suman la probabilidad de un suceso y la de su contrario?**

Suman la unidad.

7 ¿Puede valer 1,2 la probabilidad de un suceso? ¿Por qué?

No, porque la probabilidad de cualquier suceso debe pertenecer al intervalo cerrado $[0, 1]$.

8 Explica qué es una tabla de contingencia.

Una tabla de contingencia es una tabla de doble entrada que organiza la información de un grupo de individuos mediante dos características, que a su vez se dividen en varios tipos de modalidades.

9 El valor que hay en cada casilla de una tabla de contingencia corresponde a una operación entre sucesos; ¿a qué tipo de operación?

A la intersección entre sucesos.

10 Explica qué es la probabilidad de un suceso condicionado a otro en un experimento compuesto.

Es la probabilidad que tiene el suceso, toda vez que el suceso al que está condicionado se haya verificado y haya podido cambiar las condiciones iniciales.

11 La expresión $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$, ¿se corresponde con sucesos dependientes o independientes?

Sucesos independientes.

12 Prepara una presentación digital para tus compañeros sobre probabilidad. Puedes hacer un documento PowerPoint, usar Glogster...

Respuesta abierta.

SOLUCIONES PÁG. 318**SUCESOS: TIPOS Y OPERACIONES CON SUCESOS****1 Se realiza un experimento que consiste en sacar una bola de una bolsa que contiene 9 bolas numeradas del 1 al 9 y anotar su número. Describe dos sucesos incompatibles, A y B, cuya unión coincida con E. ¿Es necesario que B sea el suceso contrario de A?**

Consideramos los sucesos $A = \{\text{sacar número par}\}$ y $B = \{\text{sacar número impar}\}$:

$$A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\} = E$$

$$A \cap B = \emptyset$$

Para que la unión de dos sucesos incompatibles sea el espacio muestral, los sucesos han de ser contrarios.

- 2 Celia tiene una baraja vieja de la que se han extraviado varias cartas, pero con las restantes plantea un reto a sus amigos: si saca una carta al azar, la probabilidad de que sea un as es $P(\text{as}) = 0,16$, la de que sea una espada es $P(\text{espada}) = 0,33$, y la de que sea un as o una espada es $P(\text{as o espada}) = 0,45$; ¿se puede asegurar que el as de espadas está entre las cartas que quedan de la baraja?

$A = \{\text{obtener as}\}$, $B = \{\text{obtener espada}\}$

$$P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B) = 0,16 + 0,33 - 0,45 = 0,04$$

Como es ≥ 0 entonces el as de espadas está en la baraja.

PROBABILIDAD EN EXPERIMENTOS SIMPLES

- 3 Dos amigos lanzan un dado y juegan a sacar el número más alto. Si el primero en lanzar ha obtenido un 4, calcula la probabilidad de que:

a. Gane el segundo jugador.

$$P(\text{gane el 2.º}) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

b. Empatén ambos jugadores.

$$P(\text{empaten}) = \frac{1}{6}$$

c. Gane el primer jugador.

$$P(\text{gane el 1.º}) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

- 4 En un experimento aleatorio se consideran los sucesos A y B, que cumplen las condiciones: $P(A) = \frac{1}{5}$, $P(B) = \frac{1}{3}$ y $P(A^c \cap B^c) = \frac{2}{5}$. ¿Cumplen las propiedades de una probabilidad?

$$P(A^c \cap B^c) = \frac{2}{5} = P[(A \cup B)^c] = 1 - P(A \cup B) \Rightarrow P(A \cup B) = \frac{3}{5}$$

Por otra parte:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \Rightarrow P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B) = \frac{1}{5} + \frac{1}{3} - \frac{3}{5} = -\frac{1}{15}$$

Pero no puede ser una probabilidad menor de 0, por lo que no es una probabilidad.

- 5 Con objeto de financiar parte de su viaje de fin de curso, los alumnos de 4.º de ESO de cierto instituto han vendido 200 papeletas para una rifa de dos premios. Si Manu ha comprado 10 papeletas, ¿cuál es la probabilidad de que consiga algún premio?

$$P(\text{algún premio}) = 1 - P(\text{ningún premio}) = 1 - P(\text{no 1.º} \cap \text{no 2.º}) = 1 - \frac{190}{200} \cdot \frac{189}{199} = 0,10$$

- 6 Se va a realizar una selección de candidatos para un puesto de trabajo en una empresa. Se han presentado 24 candidatos, de los cuales 18 hablan inglés y 12 alemán. ¿Cuál es la probabilidad de que salga elegida una persona que hable los dos idiomas?

Hay 6 candidatos que hablan los dos idiomas.

$$P(A \cap B) = \frac{6}{24} = 0,25$$

- 7 En el cumpleaños de Luis, cuatro amigos se preguntan sobre la probabilidad de que al menos dos de ellos celebren este año su cumpleaños el mismo día de la semana. ¿Puedes calcular cuál es esa probabilidad?

Que al menos dos coincidan en el mismo día de la semana significa que haya alguna coincidencia. Se fija un día para el primer amigo:

$P(\text{ninguna coincidencia}) =$

$$= 1 \cdot P(2.^\circ \neq 1.^\circ) \cdot P(3.^\circ \neq 2.^\circ \text{ y } 1.^\circ) \cdot P(4.^\circ \neq 3.^\circ \text{ y } 2.^\circ \text{ y } 1.^\circ) = 1 \cdot \frac{6}{7} \cdot \frac{5}{7} \cdot \frac{4}{7} = 0,35$$

$$P(\text{alguna coincidencia}) = 1 - P(\text{ninguna coincidencia}) = 1 - 0,35 = 0,65$$

PROBABILIDAD EN EXPERIMENTOS COMPUESTOS

- 8 Ordena de mayor a menor los siguientes sucesos según la probabilidad que tienen de ocurrir:

- Obtener un 6 como resultado de la suma de los números sacados al lanzar un dado dos veces.

$$\frac{5}{36} = 0,139$$

- Obtener dos fichas dobles al extraerlas sucesivamente de un juego de dominó de 28 fichas.

$$\frac{7}{28} \cdot \frac{6}{27} = 0,055$$

- Obtener dos caras al lanzar dos monedas.

$$\frac{1}{4} = 0,25$$

Entonces el orden es: $c > a > b$

- 9 Se dispone de dos urnas, A y B. La urna A contiene 3 bolas verdes, 3 bolas amarillas y 4 bolas rosas, y en la urna B hay 2 bolas verdes, 5 bolas amarillas y 3 bolas rosas. Se lanza una moneda; si sale cruz, se extrae una bola de la urna A, y si sale cara, una de la urna B. Halla la probabilidad de obtener:

a. Cruz y bola verde.

$$P(\text{cruz y bola verde}) = \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{10} = 0,15$$

b. Bola amarilla.

$$P(\text{bola amarilla}) = \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{10} + \frac{1}{2} \cdot \frac{5}{10} = 0,4$$

c. Bola verde.

$$P(\text{bola verde}) = \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{10} + \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{10} = 0,25$$

d. Bola no rosa.

$$P(\text{bola no rosa}) = 1 - P(\text{rosa}) = 1 - \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{4}{10} + \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{10}\right) = 0,65$$

- 10 Copia en tu cuaderno la tabla de contingencia propuesta y complétala con las siguientes características: $P(D/A) = \frac{8}{25}$; $P(B/C) = \frac{13}{30}$; $P(B/D) = \frac{7}{15}$ Nota: las fracciones no están simplificadas.

	C	D	Total
A	17	8	25
B	13	7	20
Total	30	15	45

- 11 Tres personas han ido de visita a casa de un amigo. Al entrar a su casa le han dado sus abrigos para que los guardara. Al marcharse les ha entregado los abrigos aleatoriamente. ¿Cuál es la probabilidad de que todos los abrigos se hayan entregado correctamente?

$$P(\text{entregados correctos}) = P(\text{bien 1.ª} \cap \text{bien 2.ª} \cap \text{bien 3.ª}) = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$$

PROBABILIDAD CONDICIONADA

- 12 A Enrique le han regalado dos cajas de bombones: una contiene ocho bombones de chocolate negro y cuatro del blanco, y la otra contiene seis bombones de cada tipo. Si Enrique toma una de las cajas al azar y coge un bombón aleatoriamente, ¿cuál es la probabilidad de que el bombón sea de chocolate negro?

$$P(N) = P(C1) \cdot P(N/C1) + P(C2) \cdot P(N/C2) = \frac{1}{2} \cdot \frac{8}{12} + \frac{1}{2} \cdot \frac{6}{12} = \frac{7}{12} = 0,58$$

SOLUCIONES PÁG. 319

13 A un concursante de un programa en el que se deben ir acertando preguntas para conseguir el premio final le quedan dos preguntas por responder. La fiabilidad del concursante, en tanto por uno, a la hora de dar una respuesta correcta a las preguntas es de un 0,7. Halla la probabilidad de que:

a. Acierte las dos respuestas y consiga el premio.

$$P(\text{acierta 1.ª} \cap \text{acierta 2.ª}) = P(\text{acierta 1.ª}) \cdot P(\text{acierta 2.ª} | \text{acierta 1.ª}) = \\ = 0,7 \cdot 0,7 = 0,49$$

b. Responda erróneamente a una de las preguntas y quede eliminado.

$$P(\text{acierta 1.ª} \cap \text{falle 2.ª}) + P(\text{falle 1.ª} \cap \text{acierta 2.ª}) = 0,7 \cdot 0,3 + 0,3 \cdot 0,7 = 0,42$$

14 Se ha extendido un virus mortal y ha afectado a un 25 % de cierta población. Se ha conseguido elaborar una vacuna contra el virus, aunque todavía no es completamente efectiva, pues solo cura al 80 % de los afectados, además de infectar al 1 % de la población sana. Si se realiza una vacunación masiva de toda la población, halla la probabilidad de que:

a. Una persona sane si anteriormente estaba infectada.

$$P(S|I) = 0,8$$

b. Una persona quede infectada si anteriormente estaba sana.

$$P(I|S) = 0,01$$

c. Una persona quede infectada si ya lo estaba.

$$P(I|I) = 0,2$$

d. Una persona permanezca sana si ya lo estaba.

$$P(S|S) = 0,99$$

e. Después de la vacunación una persona quede sanada.

$$P(S \cap S) + P(I \cap S) = 0,75 \cdot 0,99 + 0,25 \cdot 0,8 = 0,94$$

SUCESOS DEPENDIENTES E INDEPENDIENTES

15 En un experimento aleatorio se consideran dos sucesos, A y B, que cumplen las siguientes condiciones: $P(A) = 0,3$, $P(B^c) = 0,5$ y $P(A^c \cap B^c) = 0,35$.

a. ¿Son los sucesos A y B independientes? Razona tu respuesta.

$$0,35 = P(A^c \cap B^c) = P((A \cup B)^c) = 1 - P(A \cup B) \Rightarrow P(A \cup B) = 0,65$$

$$0,65 = P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \Rightarrow P(A \cap B) = 0,3 + 0,5 - 0,65 = 0,15$$

$$P(A) \cdot P(B) = 0,3 \cdot 0,5 = 0,15 \Rightarrow \text{Son independientes.}$$

b. Halla $P(A/B)$.

$$P(A/B) = \frac{0,15}{0,5} = 0,3$$

16 Sea A un suceso tal que $P(A) \in (0, 1)$; responde a las siguientes cuestiones, razonando tus respuestas:

a. ¿Es el suceso A independiente del suceso A^c ?

$$P(A \cap A^c) = 0, P(A) \neq 0, \text{ y } P(A^c) \neq 0 \text{ por lo que } P(A) \cdot P(A^c) \neq 0.$$

Así que $P(A \cap A^c) \neq P(A) \cdot P(A^c)$, y por ello A y A^c no son independientes.

b. Si B es un suceso tal que $P(B) \in (0, 1)$ y $B \subset A$, ¿pueden los sucesos A y B ser independientes?

$$P(A \cap B) = P(B)$$

Solamente será $P(A) \cdot P(B) = P(B)$ en los casos:

$$P(A) = 1$$

$$P(B) = 0$$

Pero ninguno puede ser por el enunciado, ya que $P(A)$ y $P(B)$ pertenecen a $(0, 1)$.

EVALUACIÓN

- 1 Si A y B son dos sucesos independientes y se sabe que $P(A \cap B) = \frac{2}{7}$ y $P(A) = \frac{4}{5}$, la P (B) es:

a. $\frac{5}{14}$ b. $\frac{3}{5}$ c. $\frac{1}{5}$ d. $\frac{5}{7}$

$$P(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{2}{7} : \frac{4}{5} = \frac{10}{28} = \frac{5}{14} \quad \text{Solución a.}$$

- 2 Considera la siguiente urna:



Se extrae al azar una bola, y la probabilidad de que sea una A si la bola extraída es amarilla es:

a. 0,2 b. 0,5 c. 0,6 d. 0,25

$$P(A/\text{amarilla}) = \frac{P(A \cap \text{amarilla})}{P(\text{amarilla})} = \frac{1}{10} : \frac{4}{10} = \frac{1}{4} = 0,25 \quad \text{Solución d.}$$

- 3 De una baraja de 40 naipes se extraen dos cartas al azar y sin reemplazamiento. La probabilidad de obtener dos figuras es:

a. 0,97 b. 0,08 c. 0,16 d. 0,76

$$P(2 \text{ figuras}) = \frac{12}{40} \cdot \frac{11}{39} = 0,08 \quad \text{Solución b.}$$

- 4 En un grupo de personas, la probabilidad de tener más de 50 años es del 25 %, y la de ser aficionado al senderismo es del 45 %. La probabilidad de que, elegida una persona al azar, tenga más de 50 años y le guste el senderismo es:

a. 0,25 b. 0,33 c. 0,4 d. 0,11

$$P(+ \text{ de } 50 \cap \text{ sí senderismo}) = P(+ \text{ de } 50) \cdot P(\text{ sí senderismo}) = 0,25 \cdot 0,45 = 0,11 \quad \text{Solución d.}$$

- 5 En una urna se introducen papeletas con cada una de las letras de la palabra VERANO. Si se extraen sucesivamente y sin reemplazamiento las seis papeletas de la urna, la probabilidad de formar la palabra VERANO es:

a. 0,012 b. 0,423 c. 0,001 d. 0,698

$$P(\text{ formar VERANO}) = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{720} = 0,001 \quad \text{Solución c.}$$

