Figuras Planas

1. Número de diagonales:

$$\frac{n \cdot (n-3)}{2} = \frac{9 \cdot (9-3)}{2} = \frac{9 \cdot 6}{2} = 27$$

Suma de los ángulos:

$180° \cdot (n-2) = 180° \cdot (9-2) = 180° \cdot 7 = 1\,260°$

2. La ecuación $\frac{n \cdot (n-3)}{2} = 44$ se cumple para $n = 11$. Se trata, por tanto, de un endecágono.

3. $$\frac{360}{n} = \frac{360}{10} = 36$$

El ángulo central de un decágono mide 36°.

$$\frac{360}{n} = 45 \Leftrightarrow n = \frac{360}{45} = 8$$

El ángulo central de un octógono mide 45°.

4. Respuesta gráfica.

5. $\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 3\hat{A} = 180°$

$$\hat{A} = \frac{180°}{3} = 60°$$

Los ángulos de un triángulo equilátero miden 60°.

6. No es posible, puesto que un triángulo isósceles debe tener dos ángulos iguales.

7. Puesto que se trata de un triángulo rectángulo, uno de los ángulos es igual a 90°: $\hat{A} = 90°$

En cualquier triángulo la suma de los tres ángulos ha de ser 180°: $\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180°$

Por lo tanto: $90° + \hat{B} + \hat{C} = 180°$

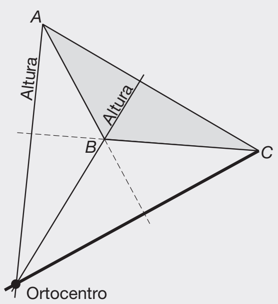
$\hat{B} + \hat{C} = 90°$

Los ángulos $\hat{B}$ y $\hat{C}$ son complementarios.

8. No es posible. En un triángulo la suma de las longitudes de dos de sus lados debe ser mayor que la longitud del tercer lado, y en este caso: $5 + 7 < 13$

9. Actividad TIC

10.



La altura que falta puede construirse por dos métodos diferentes:

a) Construyendo la recta perpendicular a la prolongación del lado *AB* desde el vértice *C*.

b) Trazando la recta que pasa por *C* y por el ortocentro del triángulo.

11. Sabemos que la suma de los ángulos de un triángulo es igual a 180°. Por lo tanto:

$\hat{A}' = 180° - 95° - 35° = 50°$

$\hat{A} = \hat{A}' + 70° = 50° + 70° = 120°$

Sabemos que la suma de los ángulos de un cuadrilátero es 360°. Por lo tanto:

$\hat{B} = 360° - 95° - 120° - 90° = 55°$

El ángulo $\hat{A}$ es igual a 120° y el ángulo $\hat{B}$ es igual a 55°.

12. $d = \sqrt{a^2 + a^2} = \sqrt{2a^2} = \sqrt{2}a = \sqrt{2} \cdot 5 = 7{,}07$

La diagonal de un cuadrado de 5 cm de lado mide 7,07 cm.

13. $a = \sqrt{2{,}5^2 + 5^2} = 5{,}59$

El lado *a* mide 5,59 cm.

14. $2 \cdot \pi \cdot r = 31{,}4 \Rightarrow r = 5$ cm

15. $$3^2 = 1{,}5^2 + \left(\frac{c}{2}\right)^2$$

$$\frac{c}{2} = \sqrt{3^2 - 1{,}5^2}$$

$$c = 2\sqrt{3^2 - 1{,}5^2} = 5{,}2$$

La longitud de la cuerda es de 5,2 cm.

16. $L = d \cdot \pi \rightarrow d = \frac{L}{\pi} = \frac{45}{\pi} = 14{,}32$

El diámetro de la piscina es de 14,32 m.

17. $$L = \frac{\pi \cdot r}{180} \cdot n$$

a) $L = \frac{\pi \cdot 8}{180} \cdot 45 = 6{,}28$ cm

b) $L = \frac{\pi \cdot 8}{180} \cdot 190 = 26{,}53$ cm

c) $L = \frac{\pi \cdot 8}{180} \cdot 275 = 38{,}40$ cm

18. $r = 9 \text{ m} \rightarrow A = \pi \cdot 9^2 = 81\pi \text{ m}^2 \approx 254{,}47 \text{ m}^2$

19. $A = \pi \cdot (5^2 - 4^2) = 9\pi\ m^2 \approx 28{,}27\ m^2$

20. $A_{sector\ de\ 70º} = \dfrac{\pi \cdot 15^2}{360} \cdot 70 = 137{,}44$

$A_{sector\ de\ 100º} = \dfrac{\pi \cdot 15^2}{360} \cdot 100 = 196{,}35$

$A_{sector\ de\ 190º} = \dfrac{\pi \cdot 15^2}{360} \cdot 190 = 373{,}06$

Los tres tipos de flores ocuparán superficies de 137,44 m², 196,35 m² y 373,06 m², respectivamente.

21. El área del círculo es de 16 cm².

22. Calculamos el ángulo *n:*

$L = \dfrac{\pi \cdot r}{180} \cdot n \Rightarrow n = \dfrac{180 \cdot L}{\pi \cdot r} =$

$= \dfrac{180 \cdot 3{,}49}{\pi \cdot 2} = 100{,}0^\circ$

Calculamos la longitud *b:*

$h^2 + \left(\dfrac{b}{2}\right)^2 = r^2$

$\dfrac{b}{2} = \sqrt{r^2 - h^2}$

$b = 2\sqrt{r^2 - h^2} = 2\sqrt{2^2 - 1{,}30^2} = 3{,}04$

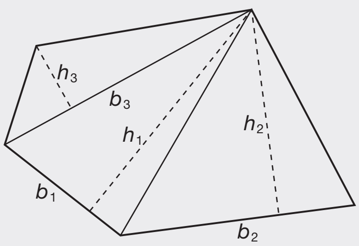
Calculamos el área del segmento circular:

$A = \dfrac{\pi \cdot r^2}{360} \cdot n - \dfrac{b \cdot h}{2} =$

$= \dfrac{\pi \cdot 2^2}{360} \cdot 100 - \dfrac{3{,}04 \cdot 1{,}30}{2} = 1{,}51$

El área buscada es de 1,51 cm².

23. Descomponemos la primera parcela en triángulos.



$A = A_1 + A_2 + A_3 =$

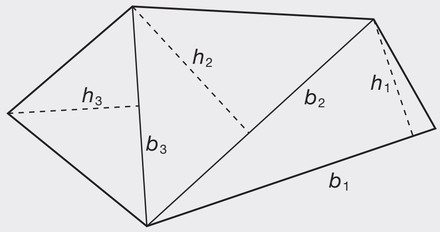
$A = \dfrac{b_1 \cdot h_1}{2} + \dfrac{b_2 \cdot h_2}{2} + \dfrac{b_3 \cdot h_3}{2} =$

$= \dfrac{8{,}3 \cdot 14{,}6}{2} + \dfrac{13{,}3 \cdot 11{,}7}{2} + \dfrac{15{,}8 \cdot 4{,}1}{2} = 170{,}8$

El área de la primera parcela es de 170,8 m².
Puesto que cada metro cuadrado cuesta 498 €:
170,8 · 498 = 85 058,4

La primera parcela cuesta 85 058,4 €.

Descomponemos la segunda parcela en triángulos.



$A = A_1 + A_2 + A_3 =$

$A = \dfrac{b_1 \cdot h_1}{2} + \dfrac{b_2 \cdot h_2}{2} + \dfrac{b_3 \cdot h_3}{2} =$

$= \dfrac{17{,}2 \cdot 6{,}9}{2} + \dfrac{17{,}3 \cdot 9{,}7}{2} + \dfrac{12{,}3 \cdot 7{,}4}{2} = 188{,}8$

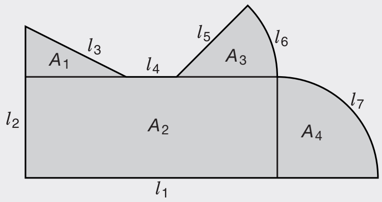
El área de la segunda parcela es de 188,8 m².

Puesto que cada metro cuadrado cuesta 498 €:

188,8 · 498 = 94 022,4

La segunda parcela cuesta 94 022,4 €.

24.



$l_1 = 7$ cm

$l_2 = 3$ cm

$l_3 = \sqrt{1^2 + 2^2} = 2{,}24$

$l_4 = 1$ cm

$l_5 = 2$ cm

$l_6 = \dfrac{\pi \cdot r}{180} \cdot n = \dfrac{\pi \cdot 2}{180} \cdot 45 = 1{,}57$ cm

$l_7 = \dfrac{\pi \cdot r}{180} \cdot n = \dfrac{\pi \cdot 2}{180} \cdot 90 = 3{,}14$ cm

$l = l_1 + l_2 + l_3 + l_4 + l_5 + l_6 + l_7 = 7 + 3 + 2{,}24 + 1 + 2 +$

$+ 1{,}57 + 3{,}14 = 19{,}95$ cm

$A_1 = \dfrac{b \cdot h}{2} = \dfrac{2 \cdot 1}{2} = 1\ cm^2$

$A_2 = b \cdot h = 5 \cdot 2 = 10\ cm^2$

$A_3 = \dfrac{\pi \cdot r^2}{360} \cdot n = \dfrac{\pi \cdot 2^2}{360} \cdot 45 = 1{,}57\ cm^2$

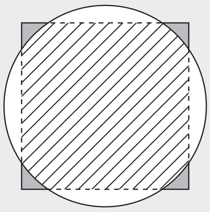
$A_4 = \dfrac{\pi \cdot r^2}{360} \cdot n = \dfrac{\pi \cdot 2^2}{360} \cdot 90 = 3{,}14\ cm^2$

$A = A_1 + A_2 + A_3 + A_4 = 1 + 10 + 1{,}57 +$

$+ 3{,}14 = 15{,}71\ cm^2$

25. El área que nos piden será igual al área del cuadrado menos la rayada.

El área rayada será igual al área del círculo menos el área de los cuatro segmentos circulares.



$A = A_c - (A_{ci} - 4A_{sc})$

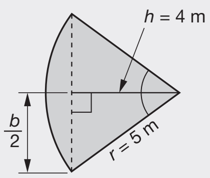
Calculamos el área del cuadrado:

$A_c = 8^2 = 64\ m^2$

Área del círculo:

$A_{ci} = \pi \cdot r^2 = \pi \cdot 5^2 = 78{,}54\ m^2$

Para calcular el área del segmento circular, debemos obtener el valor de *b:*



$$4^2 + \left(\frac{b}{2}\right)^2 = 4^2 + \frac{b^2}{4} = 5^2$$

$$b = \sqrt{4\left(5^2 - 4^2\right)} = 6\ m$$

$$A_{SC} = \frac{\pi \cdot r^2}{360} \cdot n - \frac{b \cdot h}{2} =$$

$$= \frac{\pi \cdot 5^2}{360} \cdot 73{,}74 - \frac{6 \cdot 4}{2} = 4{,}09\ m^2$$

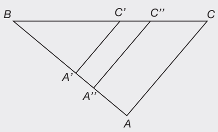
El área de la zona sombreada será:

$A = 64 - 78{,}54 + 4 \cdot 4{,}09 = 1{,}82\ m^2$

26. Actividad TIC

27. Actividad TIC

28.



29. — El primer criterio se cumplirá siempre, pues en cualquier triángulo equilátero los tres ángulos tienen una amplitud de 60°.

— El segundo criterio se cumplirá siempre, pues los lados de dos triángulos equiláteros cualesquiera son proporcionales.

— El tercer criterio también se cumplirá siempre ya que todos tiene un ángulo de 60° y sus lados proporcionales.

30. Respuesta gráfica

31. Respuesta gráfica

32. Respuesta gráfica

33. Aplicamos el teorema de Tales:

$$\frac{h}{8} = \frac{9}{4{,}5} \Rightarrow h = 16\ m$$

34. Aplicamos el teorema de Tales:

$$\frac{21}{9} = \frac{A}{6} \Rightarrow A = 14\ m$$

35. Suponemos que el segundo cuadrado es el menor.

La proporción entre los perímetros es la razón de semejanza:

$$\frac{5}{P} = \frac{5}{3} \Rightarrow P = 3\ cm$$

La proporción entre las áreas es el cuadrado de la razón de semejanza:

$$\frac{25}{A} = \left(\frac{5}{3}\right)^2 \Rightarrow A = 9\ cm^2$$

36. La razón entre los perímetros será $\frac{1}{\sqrt{5}}$:

$$\frac{9}{P} = \frac{1}{\sqrt{5}} \Rightarrow P = 9 \cdot \sqrt{5}\ cm \approx 20{,}12\ cm$$

37. Calculamos el perímetro y el área del pentágono regular:

$P = 42{,}5$ cm; $A = 127{,}5\ cm^2$.

Suponemos que el segundo pentágono es el menor.

La proporción entre los perímetros es la razón de semejanza:

$$\frac{P}{42{,}5} = \frac{3}{4} \Rightarrow P = 31{,}88\ cm$$

La proporción entre las áreas es el cuadrado de la razón de semejanza:

$$\frac{A}{127{,}5} = \left(\frac{3}{4}\right)^2 \Rightarrow A = 71{,}72\ cm^2$$

38. Llamando *l* al lado del triángulo mayor:

$$\frac{5}{4} = \frac{l}{12} \Rightarrow l = 15\ cm$$

La altura del triángulo mayor se calcula utilizando el teorema de Pitágoras:

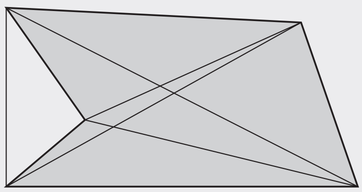
$$h = \sqrt{15^2 - 6^2} = 13{,}75 \text{ cm}$$

Por lo tanto, el área del triángulo grande es: A = 82,50 cm^2.

Actividades finales

39. No, ya que 240 no es múltiplo de 180 y la suma de los ángulos de un polígono ha de ser múltiplo de 180°.

40. $$\frac{n \cdot (n-3)}{2} = \frac{5 \cdot (5-3)}{2} = 5$$



Cabe notar que una de las diagonales está en el exterior del polígono.

41. $$\frac{n \cdot (n-3)}{2} = 27$$

$n^2 - 3n - 54 = 0 \rightarrow n = 9$

No tenemos en cuenta la solución negativa.

$$\frac{360°}{9} = 40°$$

Se trata de un eneágono y cada uno de sus ángulos centrales mide 40°.

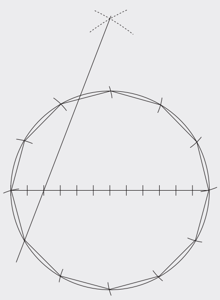
42. No, puesto que los tres ángulos de un triángulo equilátero miden 60°, que es un ángulo agudo.

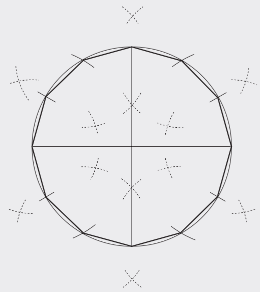
43. a = 2 · 1,2 cm = 2,4 cm

b = 2 · 1,6 cm = 3,2 cm

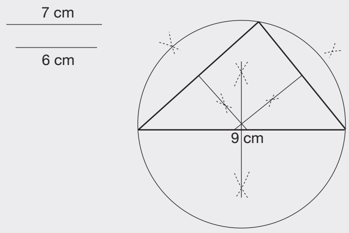
c = 2 · 2 cm = 4 cm

44.





45.



46. *Figura 1:*

El segmento *PQ* no es perpendicular al lado del triángulo que contiene al punto *Q*, puesto que:

180° – (44° + 45°) = 91°

Así, la longitud del segmento *PQ* no coincide con la de una de sus alturas.

Figura 2:

El segmento *PQ* no es perpendicular al lado del triángulo que contiene al punto *Q*, puesto que:

180° – (41° + 50°) = 89°

Así, la longitud del segmento *PQ* no coincide con la de una de sus alturas.

Figura 3:

El segmento *PQ* es perpendicular al lado del triángulo que contiene al punto *Q*, puesto que:

180° – (39° + 51°) = 90°

Así, la longitud del segmento *PQ* coincide con la de una de sus alturas.

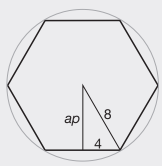
47. $5^2 = c^2 + c^2 = 2c^2$

$$c^2 = \frac{5^2}{2}$$

$$c = \frac{5}{\sqrt{2}} = 3{,}54$$

La longitud de cada uno de los catetos es de 3,54 cm.

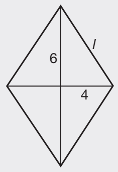
48.



$$ap = \sqrt{8^2 - 4^2} = \sqrt{64 - 16} = \sqrt{48} = 6{,}93$$

La apotema del hexágono mide 6,93 cm.

49.



$$l = \sqrt{6^2 + 4^2} = \sqrt{36 + 16} = \sqrt{52} = 7{,}21$$

50. $\hat{C} = 90°; \hat{D} = 90°; \hat{A} = 4\hat{B}$

La suma de los cuatro ángulos debe ser 360°. Por lo tanto:

$\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} + \hat{D} = 360°$

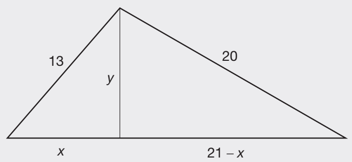
$4\hat{B} + \hat{B} + 90° + 90° = 360°$

$5\hat{B} = 180°$

$\hat{B} = 36°$

$\hat{A} = 4\hat{B} = 4 \cdot 36° = 144°$

51. Descomponemos el triángulo en dos triángulos rectángulos.



Al aplicar el teorema de Pitágoras a cada uno de los triángulos rectángulos, obtenemos el siguiente sistema:

$$\left.\begin{aligned} 13^2 &= x^2 + y^2 \\ 20^2 &= y^2 + (21 - x)^2 \end{aligned}\right\}$$

Para resolver el sistema, despejamos y^2 en cada una de las ecuaciones e igualamos las expresiones obtenidas:

$y^2 = 13^2 - x^2$

$y^2 = 20^2 - (21 - x)^2$

$13^2 - x^2 = 20^2 - (21 - x)^2$

$13^2 - x^2 = 20^2 - (21^2 - 42x + x^2)$

$13^2 - x^2 = 20^2 - 21^2 + 42x - x^2$

$42x = 21^2 + 13^2 - 20^2$

$$x = \frac{21^2 + 13^2 - 20^2}{42} = 5$$

$$y = \sqrt{13^2 - 5^2} = 12$$

Las medidas que nos piden son $x = 5$ cm e $y = 12$ cm.

52. Mediatriz de un segmento: lugar geométrico de los puntos equidistantes de ambos extremos del segmento.

Bisectriz de un ángulo: lugar geométrico de los puntos que equidistan de las dos semirrectas que forman los lados del ángulo.

53. a) $40{,}34° \rightarrow L = 2{,}82$ cm

b) $20{,}50° \rightarrow L = 1{,}43$ cm

c) $1° \rightarrow L = 0{,}07$ cm

d) $0{,}5° \rightarrow L = 0{,}03$ cm

54. Calculamos el radio de la circunferencia.

$$l = \frac{\pi \cdot r}{180} \cdot n$$

$$r = \frac{180 \cdot l}{\pi \cdot n} = \frac{180 \cdot 6{,}98}{\pi \cdot 80} = 5{,}00 \text{ cm}$$

Aplicamos el teorema de Pitágoras para calcular la longitud de la cuerda, *b*.

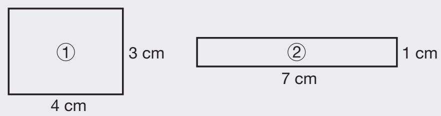
$$r^2 = h^2 + \left(\frac{b}{2}\right)^2$$

$$\frac{b}{2} = \sqrt{r^2 - h^2}$$

$$b = 2\sqrt{r^2 - h^2} = 2\sqrt{5^2 - 3{,}83^2} = 6{,}43$$

La longitud de la cuerda es de 6,43 cm.

55. No, basta con observar los siguientes rectángulos:



$P_1 = 4 + 3 + 4 + 3 = 14$ cm

$A_1 = 4 \cdot 3 = 12$ cm^2

$P_2 = 7 + 1 + 7 + 1 = 16$ cm

$A_2 = 7 \cdot 1 = 7$ cm^2

El perímetro del rectángulo 1 es menor que el perímetro del rectángulo 2 y su área es mayor.

56. Respuesta sugerida:

Rectángulo 1: 2 cm y 72 cm

Rectángulo 2: 8 cm y 18 cm

Rectángulo 3: 9 cm y 16 cm

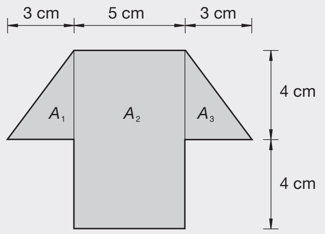
$P_1 = 2 + 72 + 2 + 72 = 148$

$P_2 = 8 + 18 + 8 + 18 = 52$

$P_3 = 9 + 16 + 9 + 16 = 50$

Los perímetros de los rectángulos son 148 cm, 52 cm y 50 cm.

57.



La hipotenusa de los triángulos rectángulos es:

$$\sqrt{4^2 + 3^2} = \sqrt{25} = 5$$

Perímetro:

2 (5 cm + 5 cm + 3 cm + 4 cm) = 2 · 17 cm = 34 cm

Área:

$$5 \text{ cm} \cdot 8 \text{ cm} + 2\frac{3 \text{ cm} \cdot 4 \text{ cm}}{2} = 52 \text{ cm}^2$$

58. $314 = \pi \cdot r^2 \rightarrow r^2 = \dfrac{314}{\pi} \rightarrow r^2 = 99{,}95 \rightarrow r = 10{,}00$

$94{,}25 = 2 \cdot \pi \cdot R;\ R = \dfrac{94{,}25}{2 \cdot \pi};\ R = 15{,}00$

$A = \pi \cdot (R^2 - r^2) = \pi \cdot (15^2 - 10^2) = 392{,}70$

El área de la corona circular es de 392,70 cm².

$$— A = \frac{\pi \cdot n}{360} \cdot \left(R^2 - r^2\right) = \frac{\pi \cdot 30}{360} \cdot \left(15^2 - 10^2\right) =$$

$$= 32{,}72$$

El área del trapecio circular es de 32,72 cm².

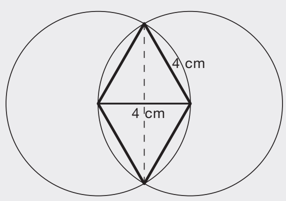
59. Calculamos las dos áreas:

$A_{grande} = \pi \cdot 20^2 = 1256{,}64 \text{ cm}^2$

$A_{peq} = \pi \cdot 5^2 = 78{,}54 \text{ cm}^2$

De donde el área sombreada es:
$1256{,}64 - 78{,}54 = 1178{,}1 \text{ cm}^2$

60. Si una pasa por el centro de la otra, quiere decir que el rombo formado por los radios y la diagonal menor tiene los datos siguientes:



Las líneas gruesas miden 4 cm y queremos calcular la discontinua.

Por Pitágoras:

$$l = \sqrt{4^2 - 2^2} = 3{,}46$$

La longitud de la línea discontinua es el doble, es decir, 6,93 cm.

Con estos datos podemos calcular el área de los dos segmentos circulares adjuntos.

$$A_{segmento} = \frac{\pi \cdot 30^2}{360} \cdot 120° - \frac{6{,}93 \cdot 2}{2} = 935{,}07 \text{ cm}^2$$

Por lo tanto, el área comprendida entre las dos circunferencias es el doble del segmento: 1870,14 cm².

61. Al ser un hexágono regular, quiere decir que los seis triángulos que componen la figura son equiláteros de lado 12 cm. La altura de cada uno de estos triángulos la calculamos por Pitágoras:

$$h = \sqrt{12^2 - 6^2} = 10{,}29 \text{ cm}$$

El área del hexágono será pues:

$$A_{hex} = \frac{6 \cdot 12 \cdot 10{,}39}{2} = 374{,}04 \text{ cm}^2$$

El área de la circunferencia:

$A_{circ} = \pi \cdot 12^2 = 452{,}39 \text{ cm}^2$

El área sombreada mide $452{,}39 - 374{,}04 = 78{,}35 \text{ cm}^2$.

62. a) Por la simetría de la figura, observamos que su área coincidirá con la de un rectángulo de lados 10 cm y 5 cm. Por lo tanto, es de 50 cm².

b) $A = 2\,A_{trapecio} + A_{trapecio\ circular} =$

$$= 2\frac{(B + b) \cdot h}{2} + \frac{\pi \cdot n}{360}\left(R^2 - r^2\right) =$$

$$= 2\frac{(1{,}5 + 0{,}6) \cdot 2}{2} + \frac{\pi \cdot 45}{360}\left(3{,}2^2 - 2{,}2^2\right) =$$

$$= 6{,}32 \text{ cm}^2$$

63. a) El área de esta figura se puede determinar directamente sobre la región sombreada o bien sobre la región no sombreada para después descontarlo.

Si la diferencia entre los lados grandes de los rectángulos es de 2 cm, así como de los lados pequeños, y suponiendo que las figuras están centradas, esto quiere decir que la altura o distancia entre los lados del rectángulo exterior y el interior es de 1 cm en todos los casos. Por lo tanto, el área sombreada se puede calcular como cuatro triángulos rectángulos de base 1 y altura 1, y dos rectángulos de lados 2 y 1.

Es decir, el área sombreada es de:

$$A_{triang} = 4 \cdot \frac{1 \cdot 1}{2} = 2 \text{ cm}^2$$

$A_{rect} = 2\,(2 \cdot 1) = 4$ cm^2

$A_{total} = 2 + 4 = 6$ cm^2

b) La diagonal menor del rombo es el doble del radio, por lo tanto 24 cm. Entonces, usando la relación $\frac{4}{3}$ del enunciado, la diagonal mayor mide 32 cm. Así el área del rombo es:

$$A_{rombo} = \frac{24 \cdot 32}{2} = 384 \text{ cm}^2$$

El área del círculo es:

$A_{círculo} = \pi \cdot 12^2 = 452{,}39$ cm^2

Por lo tanto, el área sombreada es:

$A_{total} = 452{,}39 - 384 = 68{,}39$ cm^2

c) Con los datos que tenemos, el triángulo que definen los puntos de tangencia con el lado del rectángulo es un triángulo equilátero, y por lo tanto sabemos que sus ángulos miden 60° y la altura la podemos calcular usando el teorema de Pitágoras:

$$h = \sqrt{6^2 - 3^2} = 5{,}20 \text{ cm}$$

Por lo tanto el área del segmento circular es:

$$A_{segmento} = \frac{\pi \cdot 6^2}{360} \cdot 60° - \frac{5{,}20 \cdot 6}{2} = 3{,}24 \text{ cm}^2$$

El área del rectángulo corresponde a $10 \cdot 6 = 60$ cm^2. Por lo tanto el área sombreada es:

$A_{total} = 60 - 3{,}24 = 56{,}76$ cm^2

64. a) Calculamos el área del semicírculo pequeño:

$$A_1 = \frac{\pi \cdot r^2}{2} = \frac{\pi \cdot 7^2}{2} = 76{,}97 \text{ cm}^2$$

Hallamos el área del segmento circular:

$$r = \sqrt{7^2 + 7^2} = 9{,}90$$

$$A_2 = \frac{\pi \cdot r^2}{360} \cdot n - \frac{b \cdot h}{2} =$$

$$= \frac{\pi \cdot 9{,}90^2}{360} \cdot 90 - \frac{14 \cdot 7}{2} = 27{,}98 \text{ cm}^2$$

El área de la figura es:

$A = A_1 - A_2 = 76{,}97 - 27{,}98 = 48{,}99$

Así, el área de la figura mide 48,99 cm^2.

b) Calculamos el área de cada uno de los semicírculos pequeños:

$$A_1 = \frac{\pi \cdot r^2}{2} = \frac{\pi \cdot 3{,}5^2}{360} = 19{,}24$$

El área de los seis segmentos circulares es:

$$A_2 = A_{círculo} - A_{hexágono} = \pi \cdot r^2 - \frac{P \cdot ap}{2} =$$

$$= \pi \cdot 7^2 - \frac{6 \cdot 7 \cdot \sqrt{7^2 - 3{,}5^2}}{2} = 26{,}63 \text{ cm}^2$$

El área de la figura es:

$A = 6A_1 - A_2 = 115{,}44 - 26{,}63 = 88{,}81$

Así, el área de la figura mide 88,81 cm^2.

65. a) No, el área quedará multiplicada por $5^2 = 25$.

b) Los lados deberían reducirse en un factor $k = \frac{1}{\sqrt{3}}$.

66. Como la razón entre las áreas es $\frac{1}{3}$, la razón entre los lados del triángulo será $k = \frac{1}{\sqrt{3}}$. Por lo tanto:

$$\frac{12}{P} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow P = 12\sqrt{3} \text{ cm} \approx 20{,}78 \text{ cm}$$

67. El perímetro y el área del hexágono regular de 9 cm de lado y 5 cm de apotema es:

$P = 54$ cm; $A = 15$ cm^2

Suponemos el segundo hexágono mayor.

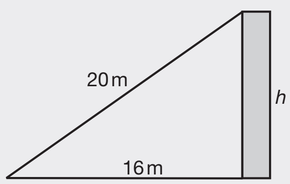
La proporción entre los perímetros es la razón de semejanza:

$$\frac{54}{P} = \frac{2}{3} \Rightarrow P = 81 \text{ cm}$$

La proporción entre las áreas es el cuadrado de la razón de semejanza:

$$\frac{135}{A} = \left(\frac{2}{3}\right)^2 \Rightarrow A = 303{,}75 \text{ cm}^2$$

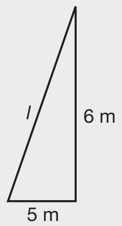
68.



$$h = \sqrt{20^2 - 16^2} = 12$$

La altura de la torre es de 12 m.

69.



$l = \sqrt{6^2 + 5^2} = 7{,}81$

La longitud de la escalera debe ser como mínimo de 7,81 m.

70. La longitud de la tira metálica de la lente antes de aumentar su diámetro era:

$L_1 = 2\,\pi\, r$

Si aumentamos el diámetro 2 cm, la longitud de la lente será:

$L_2 = 2\,\pi\,(r + 1) = 2\,\pi\, r + 2\,\pi$

$L_2 = L_1 + 2\,\pi$

La longitud deberá aumentar en:

$2\,\pi = 6{,}28$ cm

71. $A = \dfrac{5 \cdot l \cdot ap}{2}$

$l = \dfrac{2 \cdot A}{5 \cdot ap} = \dfrac{2 \cdot 2000}{5 \cdot 23{,}5} = 34{,}04$

La anchura de cada fachada es de 34,04 m.

72. Por la semejanza entre los triángulos tenemos:

$\dfrac{h}{c} = \dfrac{b}{a} \Rightarrow h = \dfrac{b}{a} \cdot c = \dfrac{35}{75} \cdot 15\text{ m} = 7\text{ m}$

La altura del árbol es de 7 m.

73. $A_{total} = A_{paredes} - A_{puerta} - A_{ventana}$

$A_{total} = 2 \cdot 5{,}2 \cdot 2{,}4 + 2 \cdot 6{,}4 \cdot 2{,}4 - 2{,}0 \cdot 0{,}7 -$

$- 1{,}4 \cdot 0{,}8 = 53{,}16\text{ m}^2$

— $\dfrac{53{,}16}{15} = 3{,}54$

Se necesitarán 4 botes de pintura.

— $4 \cdot 25{,}8 = 103{,}2$

La pintura costará 103,2 euros.

— $4 - 3{,}54 = 0{,}46$

$0{,}46 \cdot 10 = 4{,}6$

Sobrarán 4,6 litros de pintura.

— $A_{techo\ baño} = 3 \cdot 1{,}8 = 5{,}4$

$\dfrac{5{,}4}{15} = 0{,}36$

Sí podremos pintar el techo del baño, ya que nos han sobrado 0,46 botes de pintura y solo necesitamos 0,36 botes.

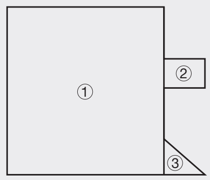
74. Usando el teorema de Tales, los dos triángulos son proporcionales, por lo tanto:

$\dfrac{10}{6} = \dfrac{x}{150} \Rightarrow x = \dfrac{1500}{6} = 250\text{ m}$

Este valor es la hipotenusa del triángulo grande, por lo tanto la altura será:

$h = \sqrt{250^2 - 150^2} = 200$

75.



$238 - 50 = 188$

$A_1 = A_{rectángulo} = b \cdot h = 188 \cdot 200 = 37\,600$

$A_2 = A_{rectángulo} = b \cdot h = 50 \cdot 35 = 1\,750$

$A_3 = A_{triángulo} = \dfrac{b \cdot h}{2} = \dfrac{50 \cdot 45}{2} = 1125$

$A_{terreno} = A_1 + A_2 + A_3 = 37\,600 + 1\,750 + 1\,125 =$

$= 40\,475\text{ m}^2$

Precio total $= 40\,475 \cdot 9 = 364\,275$

El precio total del terreno es de 364 275 €.

76. La anchura del rectángulo es: $\dfrac{2}{3} \cdot 9 = 6\text{ cm}$

Representemos por x la base del triángulo y aplicamos el teorema de Pitágoras:

$15^2 = x^2 + 9^2 \rightarrow x^2 = 144 \rightarrow x = 12$ cm.

La longitud del rectángulo es: $\dfrac{1}{3} \cdot 12 = 4\text{ cm}$

Por lo tanto: $A_{rectángulo} = 6 \cdot 4 = 24\text{ cm}^2$

77. El área de cada hexágono es

$A_{hexágono} = \dfrac{P \cdot ap}{2} = \dfrac{12 \cdot \sqrt{3}}{2} = 6\sqrt{3}\text{ cm}^2$

El área del rombo es igual al área de cinco hexágonos más un tercio de otro hexágono:

$A_{rombo} = 5 \cdot 6\sqrt{3} + \dfrac{6\sqrt{3}}{3} = 30\sqrt{3} + 2\sqrt{3} =$

$= 32\sqrt{3}\text{ cm}^2$

78. El trapecio rectángulo tiene de área:

$A_{trapecio} = \dfrac{15 + 35}{2} \cdot 20 = 500\text{ m}^2$

Los ángulos de los dos *hotspots* son suplementarios, es decir, su suma es 180°.

Así, el área de los dos *hotspots* es:

$$A_{\text{semicírculo}} = \frac{\pi \cdot 12^2}{2} = \frac{144\pi}{2} = 72\pi = 226 \text{ m}^2$$

El porcentaje del área de cobertura es:

$$\frac{226}{500} = 0{,}452 = 45{,}2\ \%$$

79. Tenemos un prisma recto dodecagonal, por lo que sus bases son dodecágonos regulares.

Si dividimos el dodecágono regular en doce triángulos isósceles, cada triángulo tiene las siguientes medidas: 221 mm de altura y sus dos lados congruentes miden 229 mm. Representamos por *x* la mitad de la base de uno de los triángulos. Por el teorema de Pitágoras tenemos:

$229^2 = x^2 + 221^2 \rightarrow x^2 \rightarrow = 3600 \rightarrow x = 60$ mm

La base del triángulo isósceles es 120 mm.

El prisma recto dodecagonal tiene 410 mm de altura. Por lo tanto, el área de un panel es:

$120 \cdot 410 = 49\,200$ mm^2.

Como el área lateral está formado por 12 paneles:

$A_{lateral} = 12 \cdot 49\,200 = 590\,400$ mm$^2 = 5\,904$ cm^2

80. — $d = 2 \cdot 0{,}60 \cdot 185 + 25{,}4 \cdot 15 = 603$

$$r = \frac{603}{2} = 301{,}5$$

El radio de la rueda es de 301,5 mm.

— $L = 2\pi r = 2\pi \cdot 301{,}5 = 1\,894{,}4$

El coche avanza 1 894,4 mm.

— $1 \text{ km} \cdot \dfrac{1\,000\,000 \text{ mm}}{1 \text{ km}} \cdot \dfrac{1 \text{ vuelta}}{1894{,}4 \text{ mm}} =$

$= 527{,}9$ vueltas

En 1 km las ruedas han dado 527,9 vueltas.

— $70\ \dfrac{\text{km}}{\text{h}} \cdot \dfrac{1\,000\,000 \text{ mm}}{1 \text{ km}} \cdot \dfrac{1 \text{ vuelta}}{1894{,}4 \text{ mm}} \cdot$

$\cdot \dfrac{1 \text{ h}}{60 \text{ min}} = 615{,}9\ \dfrac{\text{vueltas}}{\text{min}}$

En un minuto, a una velocidad constante de 70 km/h, la rueda del coche ha dado 615,9 vueltas.

81. Como el camino tiene 3 m de ancho, el ancho del rectángulo grande que representa la parte central del césped es de 42 m.

La longitud del rectángulo grande es igual a $66 - 3 - 3 - 3 - 7 = 50$ m.

El área de la fuente es $\pi \cdot 5^2 = 25 \cdot \pi = 78{,}5$ m^2.

El área del terreno con hierba del rectángulo grande es igual al área del rectángulo grande menos el área de la fuente: $A_{\text{césped 1}} = 50 \cdot 42 - 78{,}5 = 2\,021{,}5$ m^2.

El área del terreno formado por los dos rectángulos pequeños son iguales y cada uno mide:
$A_{\text{césped 2}} = 10 \cdot 5 = 50$ m^2

Por lo tanto $A_{\text{césped}} = A_{\text{césped 1}} + 2 \cdot A_{\text{césped 2}} =$
$= 2021{,}5 + 2 \cdot 50 = 2121{,}5 = 2122$ m^2.

82. Descomponemos el bumerán en un sector de corona circular, dos semicírculos y dos trapecios.

- Calculamos primero el área del sector de una corona circular:

$A_{\text{corona Circular}} = \pi \cdot (10^2 - 2^2) = \pi \cdot (100 - 4) = 96\ \pi$ cm^2

$$A_{\text{sector Corona Circular}} = \frac{1}{6} \cdot A_{\text{corona Circular}} = \frac{1}{6} \cdot 96\pi =$$
$$= 16\pi \text{ cm}^2$$

- A continuación, calculamos el área de los dos semicírculos con el mismo radio, es decir, calculamos el área de un círculo:

$A_{\text{círculo}} = \pi \cdot 3^2 = 9\ \pi$ cm^2

- Por último calculamos el área de uno de los dos trapecios iguales:

$$A_{\text{trapecio}} = \frac{8+6}{2} \cdot 35 = 245 \text{ cm}^2$$

El área de los dos trapecios es 490 cm^2 .

Por lo tanto, el área de la superficie del bumerán es:

$A_{\text{bumerán}} = 16\ \pi + 9\ \pi + 490 = 25\ \pi + 490 =$
$= 78{,}5 + 490 = 568{,}5$ cm^2

Pon a prueba tus competencias

1. El hexágono se puede dividir en 6 triángulos equiláteros. El lado de estos triángulos equiláteros es la mitad del lado mayor del rectángulo y la altura, la mitad del lado menor de éste.

El hexágono consta de 6 triángulos equiláteros de lado 10 cm y altura 8,65 cm.

a) $A = 6 \cdot \dfrac{b \cdot h}{2} = 6 \cdot \dfrac{10 \cdot 8{,}65}{2} = 259{,}5$

Una baldosa cubre una superficie de 0,02595 m^2.

b) $A_r = 20 \cdot 17{,}3 = 346$

La superficie del rectángulo es de 0,0346 m^2.

$$\frac{A_r}{A_h} = \frac{0{,}0346}{0{,}02595} = 1{,}33$$

Hacen falta 2 baldosas.

c) $\frac{1}{0{,}02595} = 38{,}54$

Se precisan como mínimo 39 baldosas.

d) $\frac{300}{0{,}02595} = 11560{,}69$

Se precisan como mínimo 11 561 baldosas.

e) 12 cajas.

f) 10 000 · 0,02595 = 259,5

Se pueden recubrir 259,5 m^2.

2. a) $A_{masa} = 30^2 = 900$ cm^2

b) $A_{base} = \pi \cdot 15^2 = 225\,\pi = 707$ cm^2

c) $A_{resto} = 900 - 707 = 193$ cm^2

d) Tenemos que dividir el área de una masa cuadrada por el área de la masa restante:

$$\frac{900}{193} = 4{,}7$$

Por lo tanto, necesitamos hacer 5 pizzas para poder hacer otra con sus masas restantes.

e) $A_{porción} = \frac{707}{6} = 118\,\text{cm}^2$

3. a) $A_A = \frac{600 + 400}{2} \cdot 300 = 500 \cdot 300 =$

$= 150\,000\ \text{m}^2 = 15\ \text{ha}$

b) $A_B = 500 \cdot 400 = 200\,000$ m^2 = 20 ha

c) 40 000 · 15 = 600 000 = 6 · 10^5 tomateras

d) 50 000 · 20 = 1 000 000 = 10^6 plantas de maíz.

e) Ahora, la plantación de tomates está en el terreno *B*. Así, el número de tomateras sería 40 000 · 20 = 800 000. Pero con la tormenta, tenemos una reducción del 20 % en esta plantación. Por lo tanto, 800 000 · 0,8 = 576 000 tomateras han resistido a la tormenta.

4. a) $\frac{125}{10} = 12{,}5\,\text{g}$

b) $A_{caja} = 4 \cdot (92 \cdot 54) + 2 \cdot 54^2 = 19\,872 + 5\,832 =$

$= 25\,704$ mm^2 = 257 cm^2

c) 125 · 1,2 = 150 g

d) Este embalaje tiene 25 g más que el original. Como cada galleta pesa 12,5 g, tenemos que el embalaje promocional tiene dos galletas más que el embalaje original, esto son 12 galletas.

e) Tenemos dos galletas más y dos espacios más: 2 · 7 + 2 · 7 + 2 · 2 = 18 mm. Por lo tanto el nuevo embalaje tiene 110 mm de altura.

5. a) Aplicando el teorema de Pitágoras al triángulo frontal:

$h = \sqrt{190^2 - 90^2} = 167{,}33$ cm

b) Respuesta gráfica.

Existen dos piezas triangulares de base 180 cm y lados de 190 cm.

$A_{triángulo} = \frac{1}{2} \cdot 1{,}80 \cdot 1{,}67 = 1{,}50\ \text{m}^2$

Dos flancos que son rectángulos de 240 · 190 cm.

$A_{rectánguloLateral} = 2{,}40 \cdot 1{,}90 = 4{,}56\ \text{m}^2$

La base es un rectángulo de 180 · 240 cm.

$A_{rectánguloBase} = 2{,}40 \cdot 1{,}80 = 4{,}32\ \text{m}^2$

c) $A_{total} = 2 \cdot 1{,}50 + 2 \cdot 4{,}56 + 4{,}32 = 16{,}44$ m^2

d) Suelo: 4,32 m^2 · 15 €/m^2 = 64,80 €

Resto: 12,12 m^2 · 9 €/m^2 = 109,08 €

Estructura: 48 €

Total: 48 € + 64,80 € + 109,08 € = 221,88 €