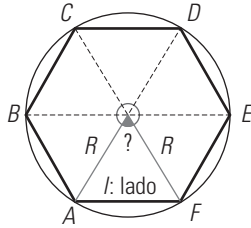
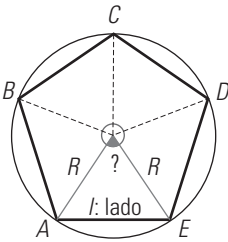
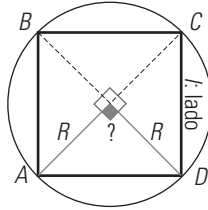
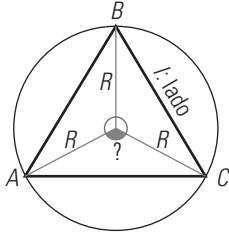


## 12. Los polígonos y la circunferencia

### 1. POLÍGONOS

#### PIENSA Y CALCULA

Calcula cuánto mide el ángulo central marcado en los siguientes polígonos:



$$360^\circ : 3 = 120^\circ \quad 360^\circ : 4 = 90^\circ$$

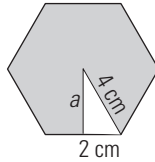
$$360^\circ : 5 = 72^\circ \quad 360^\circ : 6 = 60^\circ$$

#### CARNÉ CALCULISTA

$$56,067 : 5,7 \mid C = 9,83; R = 0,036$$

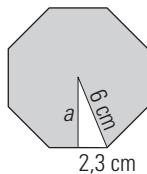
#### APLICA LA TEORÍA

1. Calcula la apotema de un hexágono regular de 4 cm de lado.



$$a^2 + 2^2 = 4^2 \Rightarrow a^2 + 4 = 16 \Rightarrow a^2 = 12 \Rightarrow a = \sqrt{12} = 3,46 \text{ cm}$$

2. Calcula la apotema en un octógono regular cuyo radio mide 6 cm y cuyo lado tiene 4,6 cm. Haz un dibujo del octógono con un radio y la apotema.

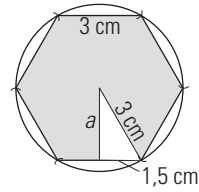


$$a^2 + 2,3^2 = 6^2 \Rightarrow a^2 + 5,29 = 36 \Rightarrow a^2 = 30,71 \Rightarrow a = \sqrt{30,71} = 5,54 \text{ cm}$$

3. Calcula el ángulo central de los siguientes polígonos:

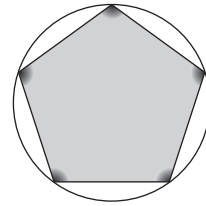
- a) Heptágono regular.
  - b) Eneágono regular.
  - c) Decágono regular.
  - d) Dodecágono regular.
- a)  $360^\circ : 7 = 51^\circ 25' 43''$       b)  $360^\circ : 9 = 40^\circ$   
 c)  $360^\circ : 10 = 36^\circ$                       d)  $360^\circ : 12 = 30^\circ$

4. Divide una circunferencia de 3 cm de radio en seis partes iguales y dibuja el hexágono inscrito. Calcula su apotema.



Apotema:  
 $a^2 + 1,5^2 = 3^2 \Rightarrow a^2 + 2,25 = 9 \Rightarrow a^2 = 6,75 \Rightarrow a = \sqrt{6,75} = 2,6 \text{ cm}$

5. Dibuja a mano alzada un pentágono regular. Calcula cuánto mide la suma de todos sus ángulos y calcula también cuánto mide cada uno.

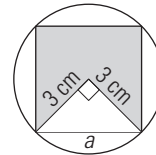


$$S = (n - 2) \cdot 180^\circ$$

$$S = (5 - 2) \cdot 180^\circ = 3 \cdot 180^\circ = 540^\circ$$

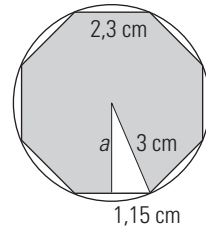
Cada ángulo mide  $540^\circ : 5 = 108^\circ$

6. Dibuja un cuadrado inscrito en una circunferencia de 3 cm de radio. Calcula su lado.



$$a^2 = 3^2 + 3^2 = 18 \quad a = \sqrt{18} = 4,24 \text{ cm}$$

7. Dibuja un octógono inscrito en una circunferencia de 3 cm de radio. Comprueba con la regla que el lado mide 2,3 cm, y calcula la apotema.

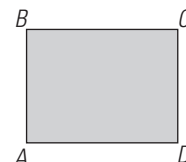


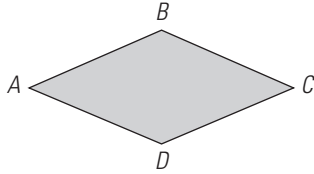
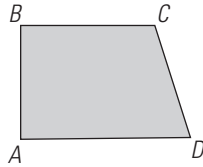
Apotema:  $a^2 + 1,15^2 = 3^2 \Rightarrow a^2 + 1,3225 = 9 \Rightarrow a^2 = 7,6775 \Rightarrow a = \sqrt{7,6775} = 2,77 \text{ cm}$

### 2. CUADRILÁTEROS

#### PIENSA Y CALCULA

Nombra los siguientes polígonos:





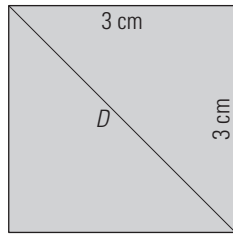
Un rectángulo, un trapecio rectángulo y un rombo.

**CARNÉ CALCULISTA**

$$\left(\frac{4}{3} - \frac{2}{5}\right) \cdot \frac{5}{4} + \frac{9}{2} = \frac{17}{3}$$

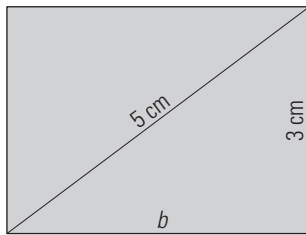
**APLICA LA TEORÍA**

8. Construye un cuadrado cuyo lado mide 3 cm. Calcula la longitud de la diagonal.



$$a^2 = 3^2 + 3^2 = 18 \Rightarrow a = \sqrt{18} = 4,24 \text{ cm}$$

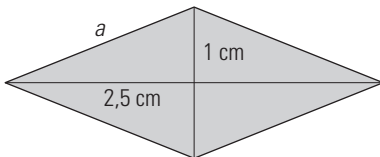
9. Construye un rectángulo cuya diagonal mida 5 cm, y uno de los lados, 3 cm. Calcula la longitud del otro lado.



$$b^2 + 3^2 = 5^2 \Rightarrow b^2 + 9 = 25 \Rightarrow b^2 = 16$$

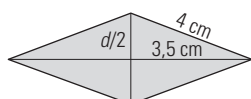
$$b = \sqrt{16} = 4 \text{ cm}$$

10. Dibuja un rombo cuyas diagonales midan 5 cm y 2 cm. ¿Cuánto vale el lado?



$$a^2 = 2,5^2 + 1^2 = 7,25 \Rightarrow a = \sqrt{7,25} = 2,69 \text{ cm}$$

11. El lado de un rombo mide 4 cm, y una diagonal, 7 cm. Calcula la longitud de la otra diagonal.

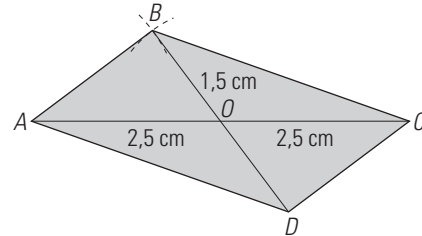


$$\left(\frac{d}{2}\right)^2 + 3,5^2 = 4^2 \Rightarrow \left(\frac{d}{2}\right)^2 = 3,75 \Rightarrow \left(\frac{d}{2}\right) = \sqrt{3,75} = 1,94$$

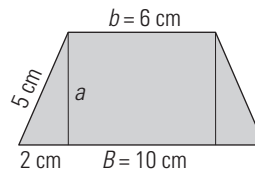
$$d = 1,94 \cdot 2 = 3,88 \text{ cm}$$

12. Dibuja un romboide sabiendo que uno de sus lados mide 2 cm y sus diagonales miden 3 cm y 5 cm

- a) Se dibuja la diagonal AC y su punto medio O
- b) Con centro en A se traza un arco de radio 2 cm
- c) Con centro en O se traza un arco de radio 1,5 cm
- d) El punto de intersección es B y se une con C
- e) Se trazan paralelas y se obtiene D



13. En un trapecio isósceles los lados iguales miden 5 cm. Sabiendo que sus bases miden 10 cm y 6 cm, calcula su altura.

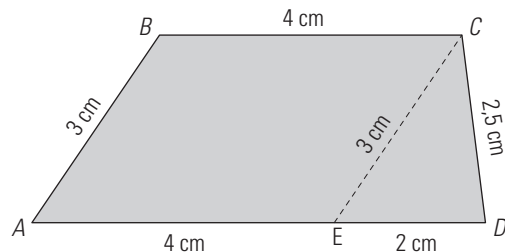


$$a^2 + 2^2 = 5^2 \Rightarrow a^2 = 21$$

$$a = \sqrt{21} = 4,58 \text{ cm}$$

14. Construye un trapecio cuyas bases midan 6 cm y 4 cm y cuyos lados tengan 3 cm y 2,5 cm. (Recuerda que un trapecio se descompone en un triángulo y un paralelogramo).

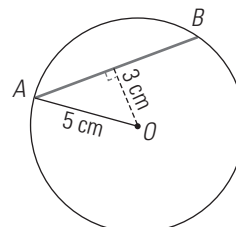
- a) Se dibuja la base mayor AD y se señala el punto E
- b) Sobre ED se dibuja el triángulo de lados 2 cm, 2,5 cm y 3 cm. Se obtiene C
- c) Se trazan paralelas y se obtiene B



**3. CIRCUNFERENCIA**

**PIENSA Y CALCULA**

Calcula la longitud de la cuerda AB de la circunferencia.



$$AM = \sqrt{5^2 - 3^2} = \sqrt{16} = 4$$

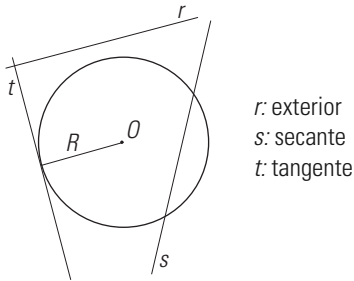
$$AB = 2 \cdot 4 = 8 \text{ cm}$$

**CARNÉ CALCULISTA**

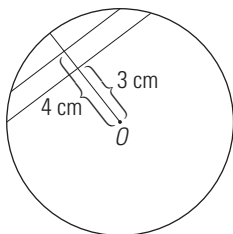
92 673 : 29 | C = 3 195; R = 18

**APLICA LA TEORÍA**

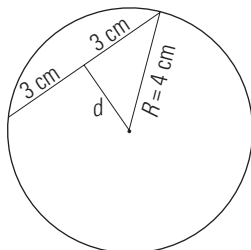
15. Dibuja una circunferencia, una recta exterior, una recta tangente y una recta secante.



16. Dibuja una circunferencia de 5 cm de radio y traza dos cuerdas que estén, respectivamente, a 3 cm y 4 cm del centro.



17. Una circunferencia de radio 4 cm tiene una cuerda de 6 cm de longitud. ¿A qué distancia se encuentra del centro?



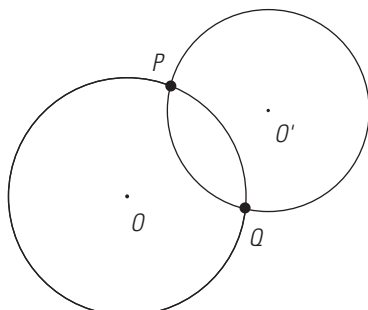
$$d^2 + 3^2 = 4^2 \Rightarrow d^2 + 9 = 16 \Rightarrow d^2 = 7$$

$$d = \sqrt{7} = 2,65 \text{ cm}$$

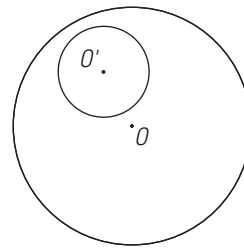
18. Dibuja dos circunferencias que sean:

- a) Secantes.
- b) Interiores.

a)



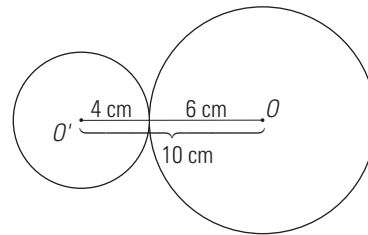
b)



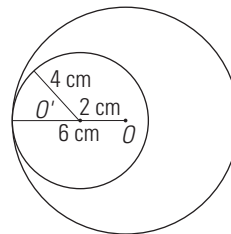
19. Traza y di qué posición relativa tienen una circunferencia de 4 cm de radio y otra de 6 cm de radio, de forma que sus centros estén a:

- a) 10 cm
- b) 2 cm
- c) 8 cm
- d) 1 cm

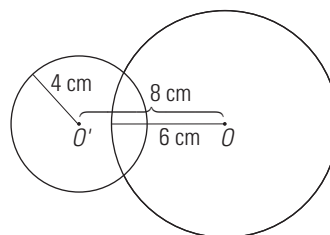
a) Tangentes exteriores.



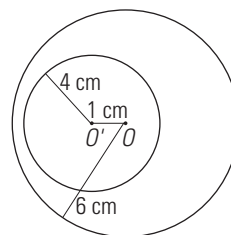
b) Tangentes interiores.



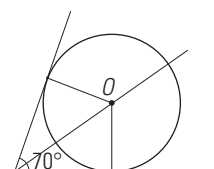
c) Secantes.



d) Interiores.



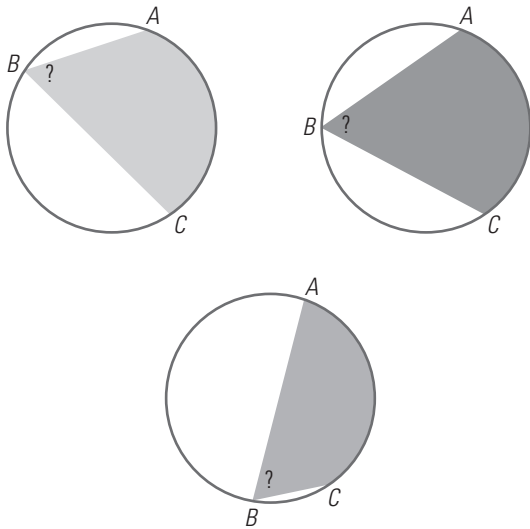
20. Dibuja un ángulo de 70° y su bisectriz. Dibuja una circunferencia que tenga tangentes a los lados del ángulo.



**4. CÍRCULO Y ÁNGULOS EN LA CIRCUNFERENCIA**

**PIENSA Y CALCULA**

Compara los tres ángulos. ¿Encuentras alguna relación?



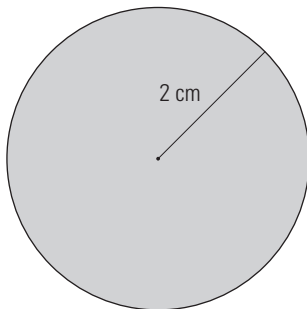
Son iguales porque abarcan el mismo arco.

**CARNÉ CALCULISTA**

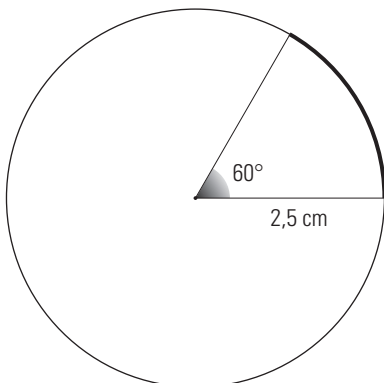
$$\frac{5}{6} \left( \frac{3}{2} - \frac{2}{5} \right) - \frac{1}{2} = \frac{5}{12}$$

**APLICA LA TEORÍA**

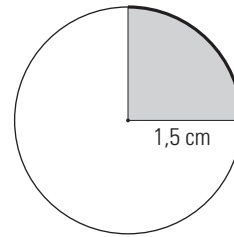
21. Dibuja un círculo de 2 cm de radio.



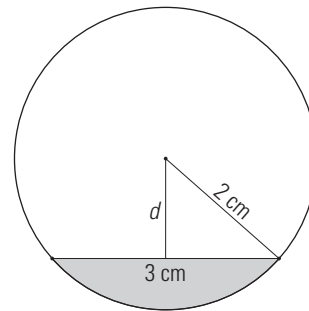
22. Dibuja un arco de circunferencia de 2,5 cm de radio y cuyo ángulo central sea de 60°



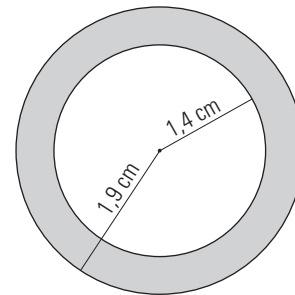
23. Construye un sector circular de 1,5 cm de radio y cuyo ángulo central sea de 90°



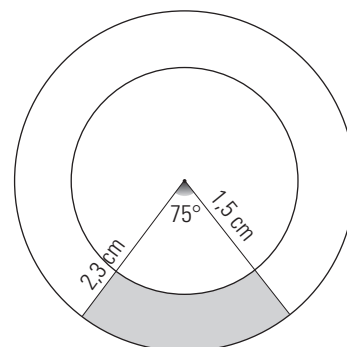
24. Dibuja un segmento circular de 2 cm de radio de forma que la cuerda tenga 3 cm



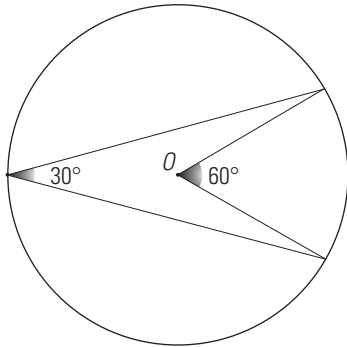
25. Construye una corona circular cuyos radios midan 1,9 cm y 1,4 cm



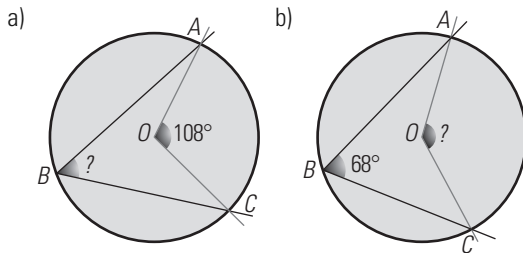
26. Dibuja un trapecio circular cuyos radios midan 2,3 cm y 1,5 cm y cuyo ángulo central sea de 75°



27. Construye un ángulo de 30° inscrito en una circunferencia.

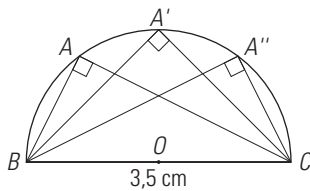


28. Calcula la amplitud del ángulo en cada caso:



a)  $ABC = 108^\circ : 2 = 54^\circ$       b)  $AOC = 2 \cdot 68^\circ = 136^\circ$

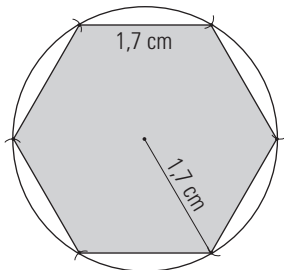
29. Dibuja tres triángulos rectángulos cuya hipotenusa mida 3,5 cm, inscritos en una semicircunferencia.



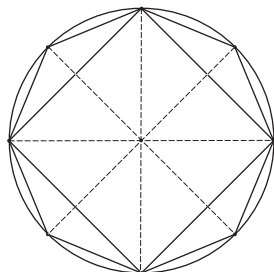
**EJERCICIOS Y PROBLEMAS**

**1. POLÍGONOS**

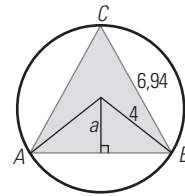
30. Dibuja un hexágono regular de 1,7 cm de lado.



31. Construye un cuadrado y un octógono regular inscritos en una circunferencia.

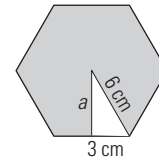


32. Calcula la apotema de un triángulo equilátero de 6,94 cm de lado y 4 cm de radio.



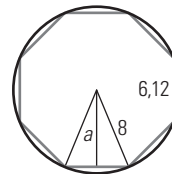
$$a^2 + 3,47^2 = 4^2 \Rightarrow a^2 = 3,96 \Rightarrow a = \sqrt{3,96} = 1,99 \text{ cm}$$

33. Calcula la apotema de un hexágono regular de 6 cm de lado.



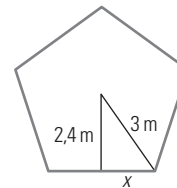
$$a^2 + 3^2 = 6^2 \Rightarrow a^2 = 27 \Rightarrow a = \sqrt{27} = 5,2 \text{ cm}$$

34. Calcula la apotema en un octógono regular cuyo radio mide 8 cm, y el lado, 6,12 cm



$$a^2 + 3,06^2 = 8^2 \Rightarrow a^2 = 56,64 \Rightarrow a = \sqrt{56,64} = 7,39 \text{ cm}$$

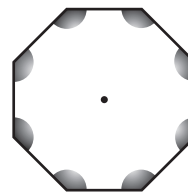
35. Calcula el lado de un pentágono de 3 m de radio y 2,4 m de apotema.



$$x^2 + 2,4^2 = 3^2 \Rightarrow x^2 = 3,24 \Rightarrow x = \sqrt{3,24} = 1,8$$

Lado =  $29 = 2 \cdot 1,8 = 3,6 \text{ m}$

36. ¿Cuánto mide cada uno de los ángulos del octógono siguiente?



$$S = (n - 2) \cdot 180^\circ$$

$$S = (8 - 2) \cdot 180^\circ = 6 \cdot 180^\circ = 1080^\circ$$

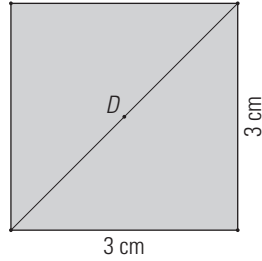
Cada ángulo mide  $1080^\circ : 8 = 135^\circ$

37. Calcula el ángulo central de los siguientes polígonos:

- |                          |                      |
|--------------------------|----------------------|
| a) Triángulo equilátero. | b) Cuadrado.         |
| c) Pentágono regular.    | d) Hexágono regular. |
- a)  $360^\circ : 3 = 120^\circ$       b)  $360^\circ : 4 = 90^\circ$   
 c)  $360^\circ : 5 = 72^\circ$       d)  $360^\circ : 6 = 60^\circ$

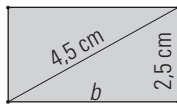
2. CUADRILÁTEROS

38. Construye un cuadrado de 3 cm de lado. Calcula la longitud de la diagonal.



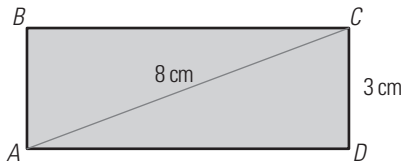
$$D^2 = 3^2 + 3^2 = 18 \Rightarrow D = \sqrt{18} = 4,24 \text{ cm}$$

39. Construye un rectángulo cuya diagonal mida 4,5 cm, y uno de los lados, 2,5 cm. Halla el otro lado.



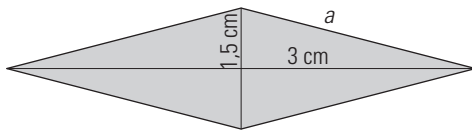
$$b^2 + 2,5^2 = 4,5^2 \Rightarrow b^2 = 14 \Rightarrow b = \sqrt{14} = 3,74 \text{ cm}$$

40. Calcula la longitud del lado del rectángulo que falta en la figura.



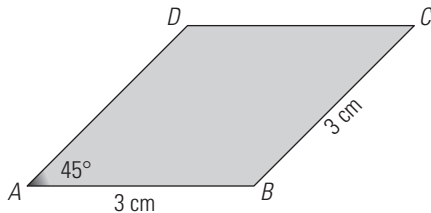
$$AD^2 + 3^2 = 8^2 \Rightarrow AD^2 = 55 \Rightarrow AD = \sqrt{55} = 7,42 \text{ cm}$$

41. Dibuja un rombo cuyas diagonales midan 6 cm y 3 cm. ¿Cuánto vale el lado?



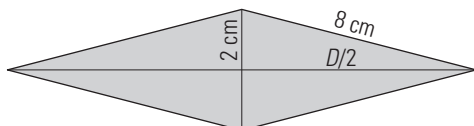
$$a^2 = 3^2 + 1,5^2 = 11,25 \Rightarrow a = \sqrt{11,25} = 3,35 \text{ cm}$$

42. Construye un paralelogramo que tenga todos los lados iguales, de 3 cm, y que dos lados formen un ángulo de 45°



Es un rombo.

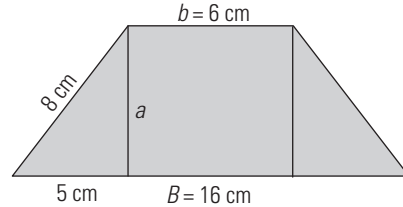
43. El lado de un rombo mide 8 cm, y una diagonal, 4 cm. Calcula la longitud de la otra diagonal.



$$\left(\frac{D}{2}\right)^2 + 2^2 = 8^2 \Rightarrow \left(\frac{D}{2}\right)^2 = 60 \Rightarrow \left(\frac{D}{2}\right) = \sqrt{60} = 7,75 \text{ cm} \Rightarrow$$

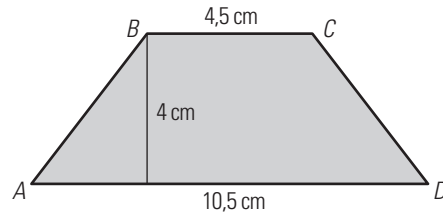
$$\Rightarrow D = 2 \cdot 7,75 = 15,5 \text{ cm}$$

44. En un trapecio isósceles, los lados iguales miden 8 cm y sus bases miden 16 cm y 6 cm. Calcula su altura.



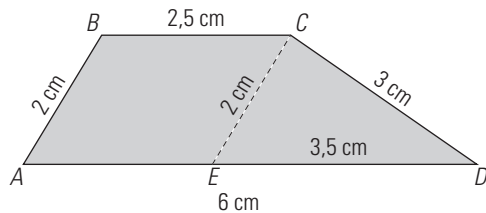
$$a^2 + 5^2 = 8^2 \Rightarrow a^2 = 39 \Rightarrow a = \sqrt{39} = 6,24 \text{ cm}$$

45. Calcula la longitud del lado AB en el siguiente trapecio isósceles:



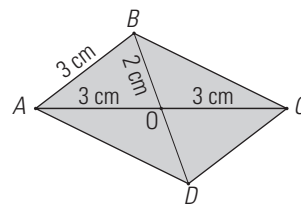
$$AB^2 = 4^2 + 3^2 = 25 \Rightarrow AB = \sqrt{25} = 5 \text{ cm}$$

46. Construye un trapecio cuyos lados midan 6 cm, 3 cm, 2,5 cm y 2 cm, respectivamente.



- a) Se dibuja la base mayor y se señala el punto E
- b) Sobre ED se dibuja el triángulo de lados 3,5 cm; 3 cm y 2 cm. Se obtiene C
- c) Se trazan paralelas y se obtiene B

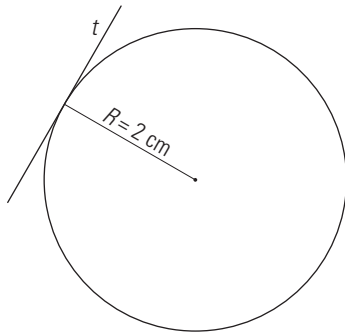
47. Dibuja un romboide sabiendo que uno de sus lados mide 3 cm, y sus diagonales, 6 cm y 4 cm, respectivamente.



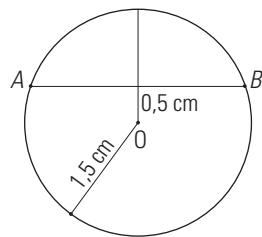
- a) Se dibuja la diagonal AC y su punto medio O
- b) Con centro en A se traza un arco de radio 3 cm
- c) Con centro en O se traza un arco de radio 2 cm
- d) El punto de intersección es B y se une B con C
- e) Se trazan paralelas y se obtiene D

3. CIRCUNFERENCIA

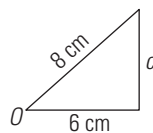
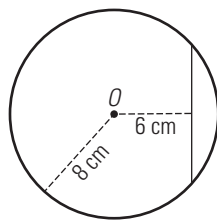
48. Dibuja una circunferencia de 2 cm de radio y una recta tangente con respecto a ella.



49. Dibuja una circunferencia de 1,5 cm de radio y traza una cuerda que esté a una distancia de 0,5 cm del centro.



50. Una cuerda está a 6 cm de distancia del centro de una circunferencia de 8 cm de radio. Halla la longitud de la cuerda.

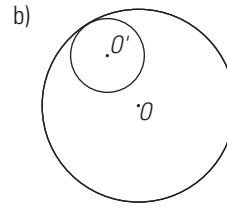
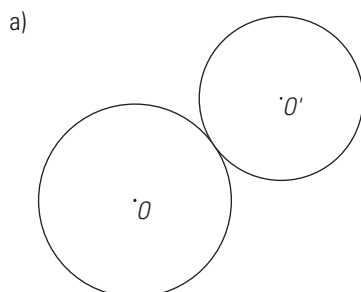


$$c^2 + 6^2 = 8^2 \Rightarrow c^2 = 28 \Rightarrow c = \sqrt{28} = 5,29 \text{ cm}$$

Cuerda:  $2 \cdot 5,29 = 10,58 \text{ cm}$

51. Dibuja dos circunferencias que sean:

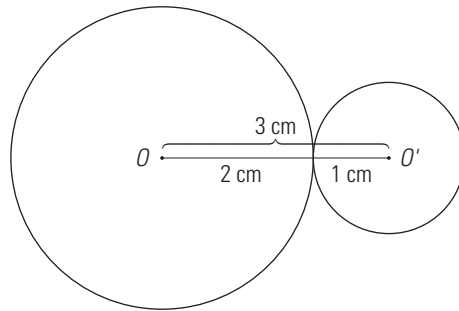
- a) Tangentes exteriores.
- b) Tangentes interiores.



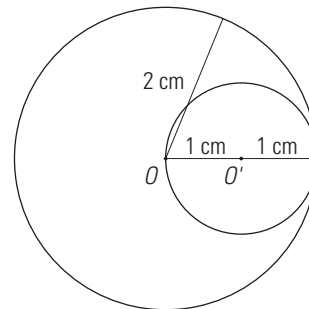
52. Traza y di qué posición relativa tienen una circunferencia de 2 cm de radio y otra de 1 cm de radio, de forma que sus centros estén a:

- a) 3 cm      b) 1 cm
- c) 0,5 cm    d) 2 cm

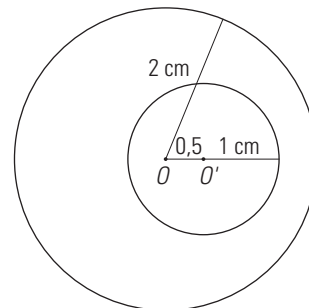
a) Tangentes exteriores.



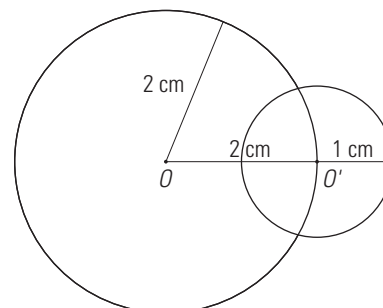
b) Tangentes interiores.



c) Interiores.

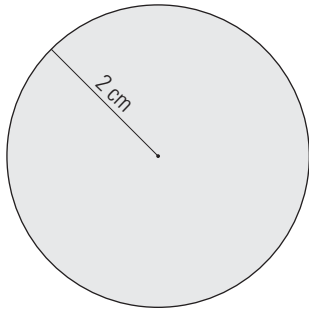


d) Secantes.

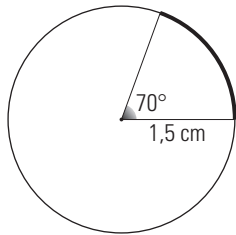


4. CÍRCULO Y ÁNGULOS EN LA CIRCUNFERENCIA

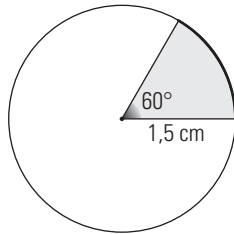
53. Dibuja un círculo de 2 cm de radio.



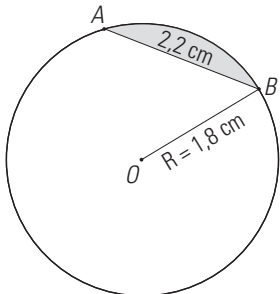
54. Dibuja un arco de circunferencia de 1,5 cm de radio y cuyo ángulo central sea de 70°



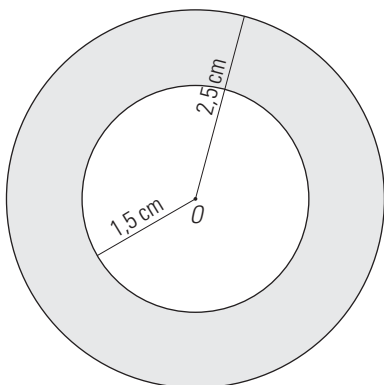
55. Construye un sector circular de 1,5 cm de radio y cuyo ángulo central mida 60°



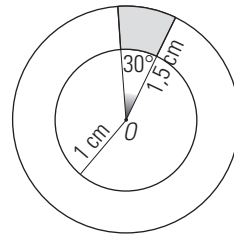
56. Dibuja un segmento circular de 1,8 cm de radio y de forma que la cuerda tenga 2,2 cm



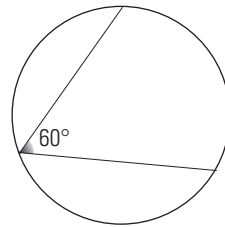
57. Construye una corona circular cuyos radios midan 2,5 cm y 1,5 cm



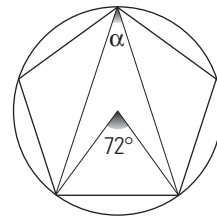
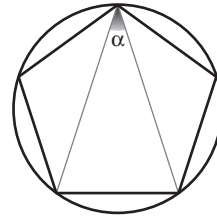
58. Dibuja un trapecio circular cuyos radios midan 1,5 cm y 1 cm y cuyo ángulo central sea de 30°



59. Construye un ángulo de 60° inscrito en una circunferencia.



60. Calcula la amplitud del ángulo que forman las dos diagonales del pentágono:

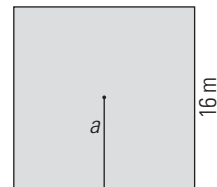


El ángulo central correspondiente mide:  $360^\circ : 5 = 72^\circ$

El ángulo  $\alpha$  inscrito mide la mitad:  $\alpha = 72^\circ : 2 = 36^\circ$

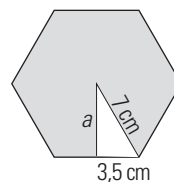
PARA AMPLIAR

61. Calcula la apotema de un cuadrado de 16 m de lado.



Es la mitad del lado: 8 m

62. Calcula la apotema de un hexágono regular de 7 cm de lado.

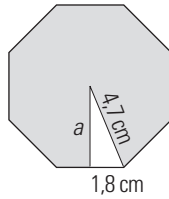


$$a^2 + 3,5^2 = 7^2 \Rightarrow a^2 = 36,75$$

$$a = \sqrt{36,75} = 6,06 \text{ cm}$$



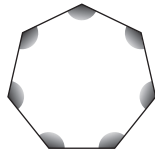
63. Calcula la apotema de un octógono regular cuyo radio mide 4,7 cm y el lado mide 3,6 cm



$$a^2 + 1,8^2 = 4,7^2 \Rightarrow a^2 = 18,85$$

$$a = \sqrt{18,85} = 4,34 \text{ cm}$$

64. Calcula cuánto mide cada uno de los ángulos de un heptágono regular.

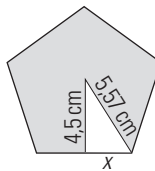


$$S = (n - 2) \cdot 180^\circ$$

$$S = (7 - 2) \cdot 180^\circ = 5 \cdot 180^\circ = 900^\circ$$

Cada ángulo mide  $900^\circ : 7 = 128^\circ 34' 17''$

65. Calcula el lado de un pentágono regular de 5,57 m de radio y 4,5 m de apotema.

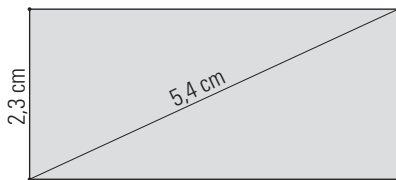


$$x^2 + 4,5^2 = 5,57^2 \Rightarrow x^2 = 10,77$$

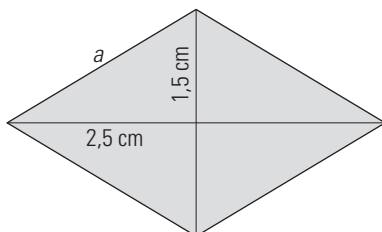
$$x = \sqrt{10,77} = 3,28 \text{ cm}$$

Lado =  $2 \cdot 3,28 = 6,56 \text{ cm}$

66. Construye un rectángulo cuya diagonal mida 5,4 cm, y uno de los lados, 2,3 cm



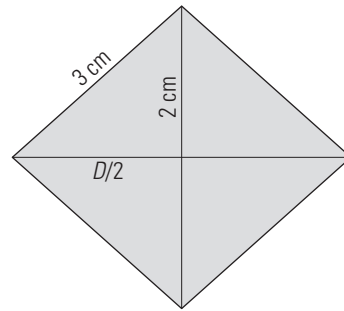
67. Dibuja un rombo cuyas diagonales midan 5 cm y 3 cm. ¿Cuánto vale el lado?



$$a^2 = 2,5^2 + 1,5^2 = 8,5$$

$$a = \sqrt{8,5} = 2,92 \text{ cm}$$

68. La diagonal de un rombo mide 4 cm, y el lado, 3 cm. ¿Cuánto mide la otra diagonal?

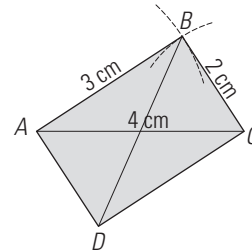


$$\left(\frac{D}{2}\right)^2 + 2^2 = 3^2 \Rightarrow \left(\frac{D}{2}\right)^2 + 4 = 9 \Rightarrow \left(\frac{D}{2}\right)^2 = 5$$

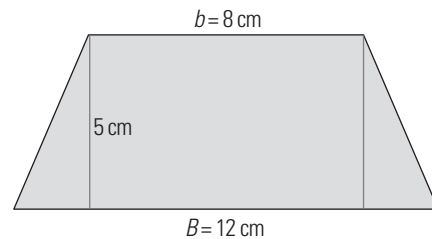
$$\left(\frac{D}{2}\right)^2 = \sqrt{5} = 2,24 \text{ cm}$$

$$D = 2 \cdot 2,24 = 4,48 \text{ cm}$$

69. Construye un paralelogramo cuyos lados midan 3 cm y 2 cm, y una diagonal mida 4 cm



70. En un trapecio isósceles las bases miden 12 cm y 8 cm. Si la altura es de 5 cm, calcula la longitud de los lados iguales.

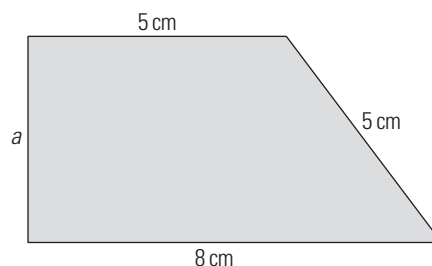


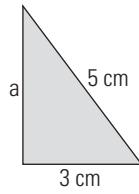
$$l^2 = 5^2 + 2^2 = 29$$

$$l = \sqrt{29} = 5,39 \text{ cm}$$

**PROBLEMAS**

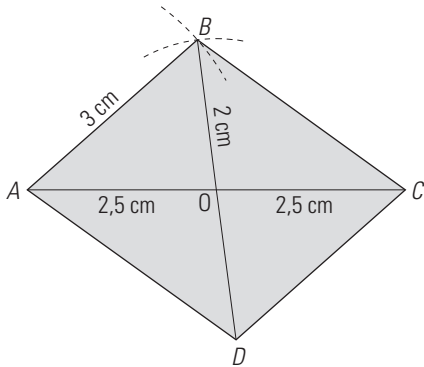
71. Calcula la altura del siguiente trapecio:





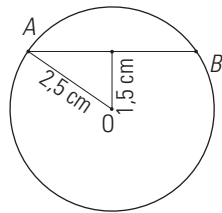
$$a^2 + 3^2 = 5^2 \Rightarrow a^2 + 9 = 25 \Rightarrow a^2 = 16 \Rightarrow a = \sqrt{16} = 4 \text{ cm}$$

72. Dibuja un romboide sabiendo que uno de sus lados mide 3 cm, y sus diagonales, 5 cm y 4 cm, respectivamente.

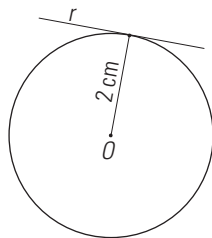


- a) Se dibuja la diagonal AC de 5 cm y su punto medio O
- b) Con centro en A se traza un arco de radio 3 cm
- c) Con centro en O se traza un arco de radio 2 cm
- d) El punto de intersección es B y se une con C
- e) Se trazan paralelas y se obtiene D

73. Traza una cuerda que esté a 1,5 cm del centro de una circunferencia de 2,5 cm de radio.

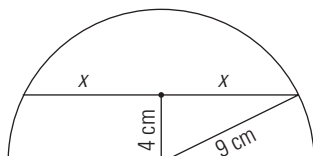


74. Dibuja una recta que esté a 2 cm de distancia del centro de una circunferencia de 2 cm de radio. ¿Cómo es la recta?



Es una recta tangente.

75. Una cuerda está a 4 cm de distancia del centro de una circunferencia de 9 cm de radio. Halla la longitud de la cuerda.



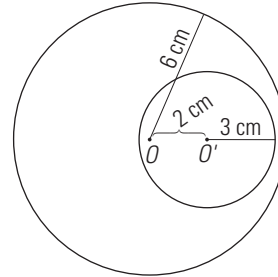
$$x^2 + 4^2 = 9^2 \Rightarrow x^2 = 65 \Rightarrow x = \sqrt{65} = 8,06 \text{ cm}$$

Longitud de la cuerda:  $2 \cdot 8,06 = 16,12 \text{ cm}$

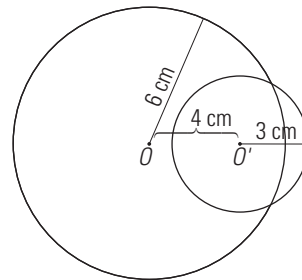
76. Traza y di qué posición relativa tienen una circunferencia de 6 cm de radio y otra de 3 cm de radio, de forma que sus centros estén a:

- a) 2 cm      b) 4 cm
- c) 0 cm      d) 10 cm

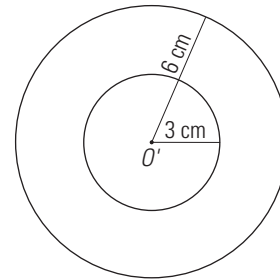
a) Interiores.



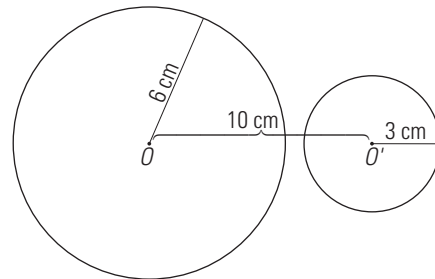
b) Secantes.



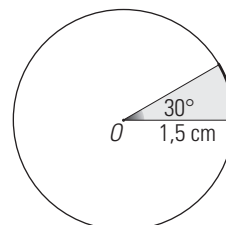
c) Concéntricas.



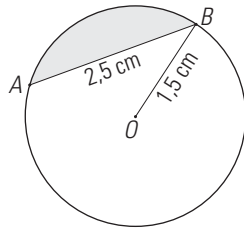
d) Exteriores.



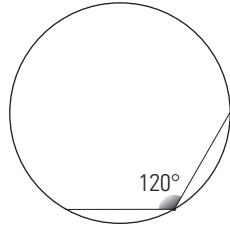
77. Construye un sector circular de 1,5 cm de radio y cuyo ángulo central mida 30°



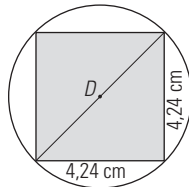
78. Dibuja un segmento circular de 1,5 cm de radio, de forma que la cuerda tenga 2,5 cm



79. Construye un ángulo inscrito en una circunferencia de 120°



80. Calcula el radio de la circunferencia circunscrita a un cuadrado de 4,24 cm de lado.

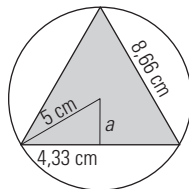


$$D^2 = 4,24^2 + 4,24^2 = 36$$

$$D = \sqrt{36} = 6$$

$$D = 6 \text{ cm}, R = 3 \text{ cm}$$

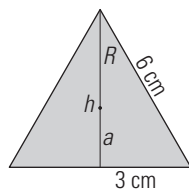
81. Calcula la apotema de un triángulo equilátero inscrito en una circunferencia de 5 cm de radio, si el lado del triángulo mide 8,66 cm



$$a = \sqrt{5^2 + 4,33^2} = \sqrt{6,25} = 2,5 \text{ cm}$$

**PARA PROFUNDIZAR**

82. El lado de un triángulo equilátero mide 6 cm. Calcula:  
 a) La altura.      b) La apotema.      c) El radio.



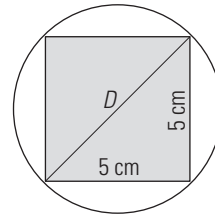
$$h^2 + 3^2 = 6^2 \Rightarrow h^2 = 27$$

a)  $h = \sqrt{27} = 5,2 \text{ cm}$

b)  $a = \frac{5,2}{3} = 1,73 \text{ cm}$

c)  $R = 5,2 \cdot \frac{2}{3} = 3,47 \text{ cm}$

83. El perímetro de un cuadrado inscrito en una circunferencia es de 20 cm. Halla el diámetro de la circunferencia.

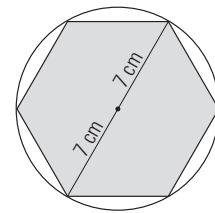


$$L = \frac{20}{4} = 5 \text{ cm}$$

$$D^2 = 5^2 + 5^2 = 50$$

$$D = \sqrt{50} = 7,07 \text{ cm}$$

84. El perímetro de un hexágono regular mide 42 cm. Calcula el diámetro de la circunferencia circunscrita.

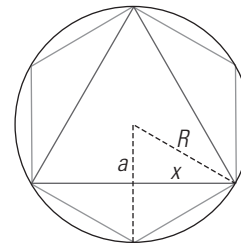


$$\text{Lado} = \frac{42}{6} = 7 \text{ cm}$$

$$\text{Radio} = 7 \text{ cm}$$

$$\text{Diámetro} = 14 \text{ cm}$$

85. Dado un hexágono de 5 cm de lado, calcula el radio, la apotema y el lado del triángulo rojo de la figura.



$$R = 5 \text{ cm}$$

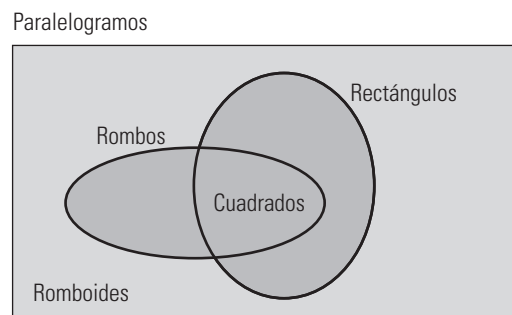
$$a = \frac{R}{2} = 2,5 \text{ cm}$$

$$x^2 + 2,5^2 = 5^2 \Rightarrow x^2 = 18,75$$

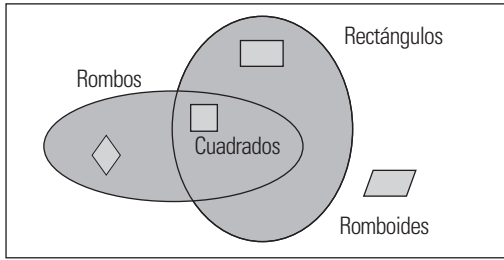
$$x = \sqrt{18,75} = 4,3 \text{ cm}$$

$$\text{Lado} = 2 \cdot x = 2 \cdot 4,3 = 8,6 \text{ cm}$$

86. Copia el siguiente diagrama en tu cuaderno y haz un dibujo de cada cuadrilátero. Escribe al lado sus propiedades.



Paralelogramos



Los paralelogramos son cuadriláteros con los lados opuestos paralelos que tienen las siguientes propiedades generales:

- Tienen iguales sus lados opuestos.
- Tienen iguales sus ángulos opuestos.
- Dos ángulos consecutivos son suplementarios.
- Las diagonales se cortan en su punto medio.

• **Cuadrado:** tiene los cuatro lados y ángulos iguales. Tiene la propiedad de que sus diagonales son iguales y perpendiculares.

• **Rectángulo:** tiene los cuatro ángulos rectos. Tiene la propiedad de que sus diagonales son iguales.

• **Rombo:** tiene los cuatro lados iguales. Tiene la propiedad de que sus diagonales son perpendiculares y son bisectrices de los ángulos.

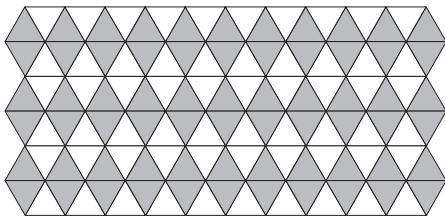
El cuadrado es un rectángulo y un rombo a la vez porque verifica las condiciones que los definen.

• **Romboide:** tiene los lados paralelos y, los lados y ángulos contiguos desiguales.

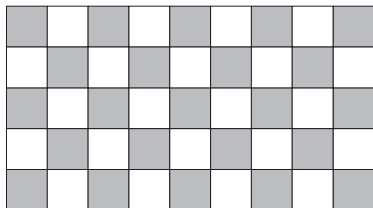
El romboide es un paralelogramo que no es ni cuadrado, ni rectángulo, ni rombo.

APLICA TUS COMPETENCIAS

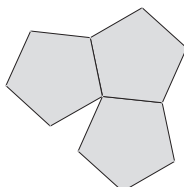
87. Dibuja un mosaico cuyo motivo mínimo sea un triángulo. (Recuerda que con dos triángulos iguales construyes un paralelogramo).



88. Dibuja un mosaico cuyo motivo mínimo sea un cuadrilátero.



89. ¿Se puede hacer un mosaico solo con pentágonos regulares?



No, porque no completan el plano.

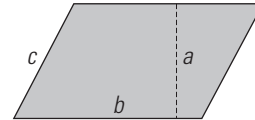
COMPRUEBA LO QUE SABES

1. Define cuadrilátero. Escribe la clasificación y dibuja un ejemplo de cada uno.

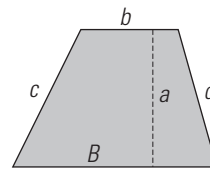
Los cuadriláteros son polígonos de cuatro lados. Tienen cuatro vértices, dos diagonales y cuatro ángulos. Sus cuatro ángulos suman  $360^\circ$

Los cuadriláteros se clasifican en:

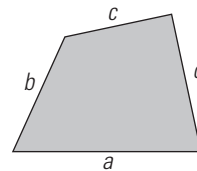
Paralelogramos



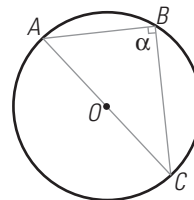
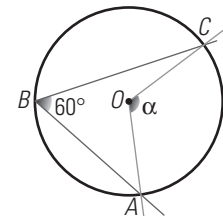
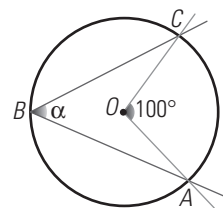
Trapezios



Trapezoides



2. Calcula el ángulo  $\alpha$  en cada caso. Justifica la respuesta.



$100^\circ : 2 = 50^\circ$

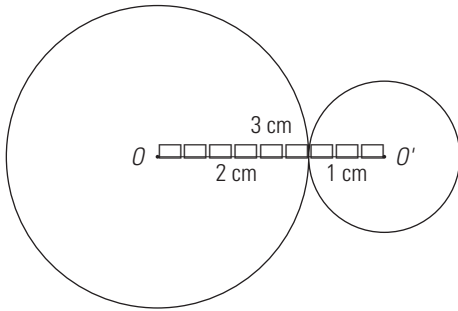
$2 \cdot 60^\circ = 120^\circ$

$180^\circ : 2 = 90^\circ$

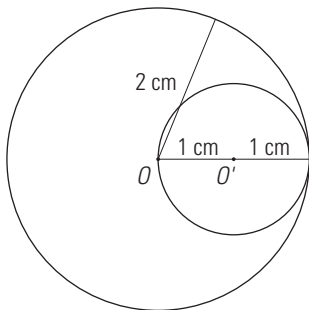
3. Traza y di qué posición relativa tienen una circunferencia de 2 cm de radio y otra de 1,2 cm de radio, de forma que sus centros estén a:

- a) 3 cm
- b) 1 cm
- c) 0,5 cm
- d) 2 cm

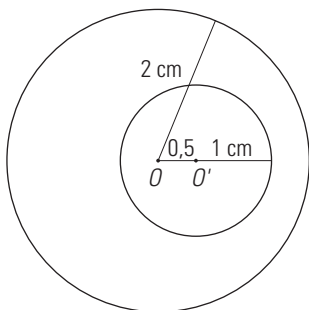
a) Tangentes exteriores.



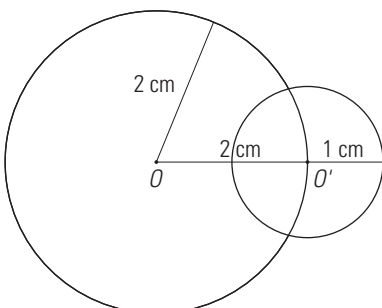
b) Tangentes interiores.



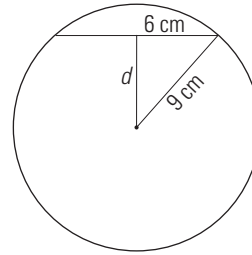
c) Interiores.



d) Secantes.

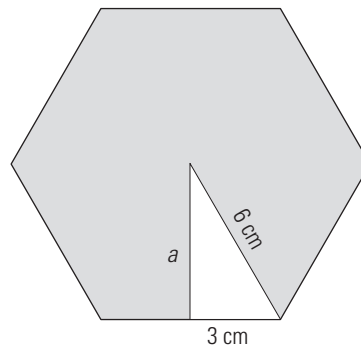


4. En una circunferencia de 9 cm de radio, se tiene una cuerda de 12 cm de longitud. Calcula la distancia de la cuerda al centro de la circunferencia.



$$d^2 + 6^2 = 9^2 \Rightarrow d^2 = 45 \Rightarrow d = \sqrt{45} = 6,71 \text{ cm}$$

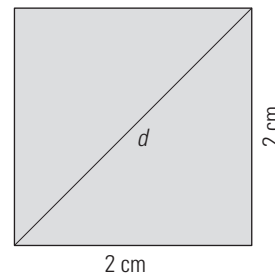
5. Calcula la apotema de un hexágono regular de 6 cm de lado.



$$a^2 + 3^2 = 6^2 \Rightarrow a^2 + 9 = 36 \Rightarrow a^2 = 27$$

$$a = \sqrt{27} = 5,2 \text{ cm}$$

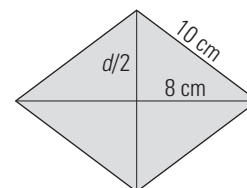
6. El lado de un cuadrado mide 2 cm. Dibuja el cuadrado y calcula la longitud de la diagonal.



$$d^2 = 2^2 + 2^2 = 8$$

$$d = \sqrt{8} = 2,83 \text{ cm}$$

7. El lado de un rombo mide 10 cm y una diagonal 16 cm. Calcula la longitud de la otra diagonal.

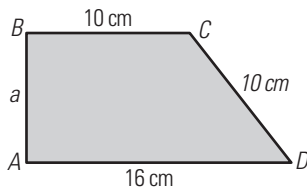


$$\left(\frac{D}{2}\right)^2 + 8^2 = 10^2 \Rightarrow \left(\frac{D}{2}\right)^2 + 64 = 100 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left(\frac{D}{2}\right)^2 = 36 \Rightarrow \left(\frac{D}{2}\right) = \sqrt{36} = 6 \text{ cm}$$

$$d = 2 \cdot 6 = 12 \text{ cm}$$

8. Calcula la longitud de la altura del trapecio rectángulo de la figura:



$$a^2 + 6^2 = 10^2 \Rightarrow a^2 + 36 = 100 \Rightarrow a^2 = 64$$

$$a = \sqrt{64} = 8 \text{ cm}$$

WINDOWS/LINUX **GEOGEBRA**



**PASO A PASO**

90. Dibuja un pentágono regular, todos sus elementos y la circunferencia circunscrita.

Resuelto en el libro del alumnado.

91. Dibuja un rectángulo.

Resuelto en el libro del alumnado.

92. Dibuja una circunferencia y todos sus elementos.

Resuelto en el libro del alumnado.

**PRACTICA**

93. Dibuja un hexágono regular, la circunferencia circunscrita y la apotema.

Resuelto en el libro del alumnado.

94. Dibuja un cuadrado utilizando que es un polígono regular de cuatro lados.

Resuelto en el libro del alumnado.

95. Dibuja un rombo con sus diagonales.

Resuelto en el libro del alumnado.

96. Dibuja un círculo de 4 cm de radio.

Resuelto en el libro del alumnado.

97. Construye un ángulo inscrito en una circunferencia y comprueba que es la mitad del central correspondiente.

Resuelto en el libro del alumnado.